Oppgave 9 midtveis MAT-INF1100

$$\begin{array}{r} 4\,3\,4_{16} \\ -\ 1\,5\,2_{16} \\ \hline \underline{\underline{2\,e\,2_{16}}} \end{array}$$

$16 + 3 - 5 = 14 = e_{16}$

$\rightarrow C$

Oppgave 18. $5x_{n+1} - x_n = \frac{1}{3}$ $n \geq 0$ $x_0 = \frac{1}{12}$

kar. ligning: $5r - 1 = 0$, har rot $r = \frac{1}{5}$ (homogen løsning: $x_n^h = C\left(\frac{1}{5}\right)^n$

part. løsning: prøver $x_n^p = A$:

$$5A - A = \frac{1}{3} \Rightarrow A = \frac{1}{12}$$

gen. løsning: $x_n = x_n^p + x_n^h = \frac{1}{12} + C\left(\frac{1}{5}\right)^n$

init. verdi: $x_0 = \frac{1}{12} \Rightarrow C = 0 \Rightarrow x_n = \frac{1}{12}$

maskinen vil regne ut $x_n = \frac{1}{12} + \hat{\varepsilon}\left(\frac{1}{5}\right)^n \rightarrow \frac{1}{12}$

$\Rightarrow$ <u>A er riktig</u>, siden $\frac{1}{12}$ ikke kan. rep. eksakt.

9.2.3 i kompendiet

x	0	1	3	4
$f(x)$	1	0	2	1

(a) Vi skal finne et interpolerende polynom av grad 3 på formen

$$p_3(x) = c_0(x-1)(x-3)(x-4) + c_1 x(x-3)(x-4) + c_2 x(x-1)(x-4)$$
$$+ c_3 x(x-1)(x-3) \quad \text{(Lagrang-formen)}$$

Vi regner ut c_0, c_1, c_2, c_3

setter inn $x=0$: $p_3(0) = f(0) = 1 = c_0(0-1)(0-3)(0-4)$
$= c_0(-1)(-3)(-4) = -12c_0$
$\Rightarrow c_0 = -\frac{1}{12}$

setter inn $x=1$: $p_3(1) = f(1) = 0 = c_1 \cdot 1 \cdot \overbrace{(1-3)(1-4)}^{6} \Rightarrow c_1 = 0$

setter inn $x=3$: $p_3(3) = f(3) = 2 = c_2\, 3(3-1)(3-4) = -6c_2$
$\Rightarrow c_2 = -\frac{1}{3}$

setter inn $x=4$: $p_3(4) = f(4) = 1 = c_3 \cdot 4(4-1)(4-3) \Rightarrow c_3 = \frac{1}{12}$

$$\Rightarrow p_3(x) = -\underbrace{\frac{(x-1)(x-3)(x-4)}{12}}_{c_0} - \underbrace{\frac{x(x-1)(x-4)}{3}}_{c_2} + \underbrace{\frac{x(x-1)(x-3)}{12}}_{c_3}$$

(b) $p_3(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x(x-1) + c_3 x(x-1)(x-3)$

$x = 0 \quad f(0) = 1 = c_0 \implies c_0 = \underline{1}$

$x = 1 \quad f(1) = 0 = c_0 + c_1 \implies c_1 = \underline{-1}$

$x = 3 \quad f(3) = 2 = c_0 + 3c_1 + 6c_2$

$x = 4 \quad f(4) = 1 = c_0 + 4c_1 + 12c_2 + 12c_3$

$2 = c_0 + 3c_1 + 6c_2 \implies 2 = 1 - 3 + 6c_2 \implies 6c_2 = 4 \implies c_2 = \underline{\frac{2}{3}}$

$1 = c_0 + 4c_1 + 12c_2 + 12c_3 \implies 1 = 1 - 4 + 8 + 12c_3$

$12c_3 = -4 \implies c_3 = -\frac{1}{3}$

$$\implies \underline{\underline{p_3(x) = 1 - x + \frac{2}{3}x(x-1) - \frac{1}{3}x(x-1)(x-3)}}$$

9.2.4 p_1, p_2 er to andregradspolynomer, interpolerer

(a) f i x_0, x_1, x_2. Hva er verdien til $p_1 - p_2$ i x_0, x_1, x_2?

$p_1(x_i) - p_2(x_i) = f(x_i) - f(x_i) = 0$.

$\Rightarrow p_1 - p_2$ ~~er~~ 0 i x_0, x_1, x_2

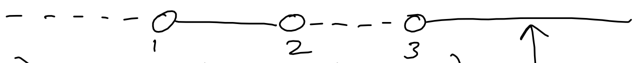
(b) Siden $p_1 - p_2$ er også et andregradspolynom, og denne er 0 i tre punkter, så er $p_1 - p_2 = 0$

$\Rightarrow p_1 = p_2$.

(c) Generalisering: Hvis $x_0, \ldots, x_n$ er punkter, så finnes det bare <u>ett</u> interpolerende polynom av grad n.

Fordi: $p_1 - p_2$ er null i $x_0, \ldots, x_n$, og $p_1 - p_2$ er av grad n, men vi vet fra algebraens fundamentalteorem at et polynom av grad n (som er forskjellig fra 0) har maks n nullpunkter $\Rightarrow p_1 - p_2 = 0 \Rightarrow \underline{p_1 = p_2}$

10.2.2



(a) $f(x) = (x-3)(x^2-3x+2) = (x-3)(x-1)(x-2)$

$\Rightarrow$ nullpunkter er 1, 2, 3.

halveringsmetoden på $[0, 3.5]$

iterasjon 1: midtpunkt er 1.75

$f(0) < 0$

$f(1.75) > 0$

$f(3.5) > 0$

$\Rightarrow$ metoden vil nå velge $[0, 1.75]$ (siden forskjellig fortegn)

I dette intervallet er det bare ett nullpunkt $(x=1)$, og halveringsmetoden vil da konvergere mot $\underline{x=1}$