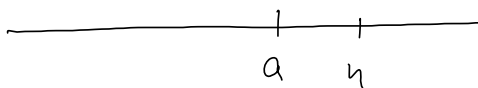


## Reelle tallene

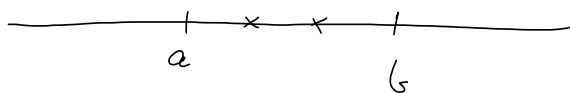
Arkimedes' prinsipp.

(i) For ethvert reelt tall  $a$  fins det et naturlig tall  $n$  slik at  $n > a$ .

(ii) For ethvert positivt reelt tall  $b$  fins det et naturlig tall  $m$  slik at  $\frac{1}{m} < b$



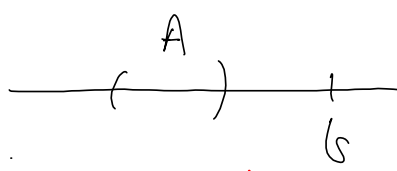
Setning. Ethvert åpent intervall  $(a, b)$  inneholder både rasjonelle og irrasjonelle tall.



## Kompletthedsprinsippet

En delmængde  $A$  af  $\mathbb{R}$  kaldes opad begrænset hvis det findes et tal  $b$  slik at  $b \geq x$  for alle  $x \in A$ .

$b$  kaldes en øvre grænse for  $A$ .



$b$  kaldes en mindste øvre grænse for  $A$  hvis  $b$  er mindre end alle andre øvre grænser for  $A$ .  
Da skrives vi  $b = \sup A$ .

Eks.  $A = [0, 10]$ , Øvre grænser 11, 12, 10,5, 10,



Hvad om  $A = (0, 10)$ ?

Kompletthetsprinsippet. En ikke-tom, oppad begrenset delmengde av  $\mathbb{R}$  har en minste øvre skranke i  $\mathbb{R}$ .

Er  $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$ ?

$$\text{Sett } A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x^2 < 2\}$$

Vi ser at  $1 \in A$ .

Vi ser også at 2 er en øvre skranke.

A

Minste øvre skranke

$$a = \sup A.$$

$$\text{Da må } a^2 = 2.$$

