Beskjeder:

Endringer neste uke pga programseminar

- Ikke forelesninger mandag-tirsdag
- Plenumsregning tirsdag 1215-14
- Forelesning onsdag 0815-10 (i plenumsregningen)

Latex-seminar/kurs torsdag denne uken 1615-1800 i Sophus Lies aud.

I dag: resten av kap 5 i kompendiet

Sist: Enkel flyttallsmodell

$a = 0.d_{-1}d_{-2}d_{-3}d_{-4} * 10^n$

Begrenset størrelse og presisjon, avrunding, feil, subtraksjon

Eks 5.12: Adderer $a=10/7$ og $b=-0.142*10^1$ med 4 siffers signifikand

$a \cong 0.1429*10^1$ og $b=-0.1420*10^1$

$a+b=(0.1429-0.1420)*10^1=0.0009*10^1$

Normalform: $a+b=0.9000*10^{-3}$

Riktig svar (med 4 siffer) er $0.8571*10^{-3}$

Ingen korrekte siffer! (vel, første er rundet av riktig)

Grunnen er avrundingsfeil og subtraksjon av to nesten like tall

PROBLEMET KALLES KANSELLERING

GIR TAP AV SIGNIFIKANTE SIFFER

OBS 5.13: Hvis a og b har k like siffer, så kan vi miste k siffer i $a-b$

PROBLEM: $a+\varepsilon = a$ hvis ε er liten nok

F.EKS: $42.34 + 0.0033 = 0.4234 \cdot 10^2 + 0.0000\cancel{33} \cdot 10^2$

$= 0.4234 \cdot 10^2$

KAN VÆRE SKUMMELT Å TESTE $a=b$
I ET DATAPROGRAM

$\Longrightarrow$ ADDISJON/SUBTRAKSJON KAN GI RELATIVT STORE FEIL

MULTIPLIKASJON OG DIVISJON ER NOKSÅ TRYGT

EKS: $a = 0.2357 \cdot 10^2$ og $b = -0.6759 \cdot 10^1$

$a \cdot b = 0.2357 \cdot (-0.6759) \cdot 10^3 = -0.15930\cancel{63} \cdot 10^3$

$\approx -0.1593 \cdot 10^3$

KAN FÅ FEIL I SISTE SIFFER

ANDRE TYPER FEIL

- Dele med 0, INFINITY
- $\sqrt{-1}$ GIR NaN
- UNDERFLOW: TALL SOM BLIR MINDRE ENN MINSTE FLYTTALL
- OVERFLOW: –"– –– STØRR –"– STØRSTE –"– "

OMSKRIVNING AV FORMLER (5.3)

EKS 5.22: SKAL REGNE UT

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$$

FOR $x=10^8$. DA ER $\sqrt{x^2+1} \approx x$ OG NEVNEREN BLIR 0!

$$\sqrt{x^2+1} = 100000000.000000005$$
$$x = 100000000$$

KAN SKRIVE OM:

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}\cdot\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}+x} = \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{x^2+1-x^2} = \sqrt{x^2+1}+x$$

REGNER UT FOR $x=10^8$ OG FÅR 200000000

EKS 5.23: REGN UT $\dfrac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x}$

Nevner blir 0 for $x = \frac{\pi}{4}$

Får stor feil for $x \approx \frac{\pi}{4}$

KAN SKRIVE OM: $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$

$\Rightarrow$ Kan isteden beregne $\dfrac{1}{\cos 2x}$

ALTERNATIVT: $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$$\frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{1}{1-2\sin^2 x}$$

Samme problem som over: tap av siffer og divisjon med lite tall

MÅLING AV FEIL (KAP 5.3)

Hvis $\tilde{a}$ er en tilnærming til a, sier vi at

$|a-\tilde{a}|$ er <u>absolutt feil</u>

Eks: $a = 100$ og $\tilde{a} = 100.1$
Absolutt feil $= 0.1$

Eks: $a = 1$ og $\tilde{a} = 1.1$
Absolutt feil $= 0.1$

Relativ feil

$\frac{0.1}{100} = 10^{-3}$

$\frac{0.1}{1} = 0.1$

Vi kaller $\frac{|a-\tilde{a}|}{|a|}$ <u>relativ feil</u>

Relativ feil sier noe om hvor mange siffer a og $\tilde{a}$ har felles

Obs 5.20: Hvis $r = \frac{|a-\tilde{a}|}{|a|} \approx 10^{-m}$, så har a og $\tilde{a}$ ca m felles siffer.

Eks:

a	$\tilde{a}$	r
12.3	12.1	$1.6 \cdot 10^{-2}$
12.8	13.1	$2.3 \cdot 10^{-2}$
8.96723	8.96704	$2.1 \cdot 10^{-5}$

Lemma 5.21: Hvis a er et reelt tall og
ã det nermeste flyttallet med m siffer
da er

$$\frac{|a-\tilde{a}|}{|a|} \leq 0{,}5 \cdot 2^{-(m-1)}$$

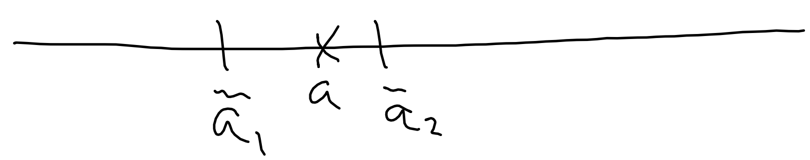
Eks: 32 bits flyttall, har 23 bits (siffer) til signifikand
altså er $m = 23$

$\Rightarrow$ gir en mulig feil i 7de desimale siffer!

Eks: 64 bits flyttall kan vi få feil i 15de desimale siffer.

Eks: I vår enkle modell blir feilen

≤ 0.00005



$$\frac{|a-\tilde{a}|}{|a|} \leq 0{,}5 \cdot 2^{-(m-1)}$$