Hva er mulighetene og begrensningene når vi regner med reelle tall på datamaskin?

Flyttallsaritmetikk

Trunkering og avrunding.

3.1415 trunkert til fire siffer: 3.141

3.1415 avrundet til fire siffer: 3.142

Vi skal bruke en lekemaskin som regner desimalt og den representerer reelle tall på formen

$$\boxed{\alpha \cdot 10^n}$$

$, \alpha$

der $\boxed{0.1 \le |\alpha| < 1}$ og kan ha $\boxed{\text{fire siffer}}$ pluss fortegn mens n kan ha $\boxed{\text{ett siffer}}$ ← n pluss fortegn.

Største tall: $0.9999 \cdot 10^9$

Minste pos. tall: $0.1000 \cdot 10^{-9}$

Algoritme for å addere
tall i vår lekemaskin (Lille Knut)

For å addere to tall a og b gjør Lille Knut følgende:

1. Tall med størst tallverdi skrives på normalisert form (anta at det er a)

$$a = \alpha \cdot 10^n, \quad 0.1 \leq |\alpha| < 1$$

og

$$b = \beta \cdot 10^n \quad \text{(samme eksponent)}.$$

2. Adder signifikandene

$$\gamma = \alpha + \beta$$

3. Konverter resultatet $c = \gamma \cdot 10^n$ til normal form.

Eks. $a = 5.645$, $b = 7.821$

Vi har $a = 0.5645 \cdot 10^1$, $b = 0.7821 \cdot 10^1$

$$0.5645 + 0.7821 = 1.3466$$

så $a + b = 1.3466 \cdot 10^1$

Konverter til normalform

$0.13466 \cdot 10^2$ Går ikke, må runde av

Svar $0.1347 \cdot 10^2$ dvs. 13.47

Eksempel !! $a = 10/7$, $b = -1.42$

På normal form på Lille Knut:

$\frac{10}{7} \approx 0.1429 \cdot 10^1$, $-1.42 = -0.1420 \cdot 10^1$

Adder signifikanden

$0.1429 - 0.1420 = 0.0009$

Svar på normal form: $0.9000 \cdot 10^{-2} = 0.009$

Riktig svar $0.8571 \cdot 10^{-2}$ på vår maskin

Eks. $a = 1$, $b = 10^{-6}$

$a = 0.1000 \cdot 10^{1}$, $b = 0.0000001 \cdot 10^{1}$

$\approx 0.0000 \cdot 10^{1}$

$a + b = 0.1000 \cdot 10^{1} = a$

Testen if $a + b > 1.0$ vil gi ~~f~~ false

når $a = 1$, $b = 10^{-6}$.

Seksjon 5.4.

Ek. 5.22. Regn ut $\frac{1}{\sqrt{x^2+1} - x}$ når $x = 10^8$

Katastrofe fordi $(10^8)^2 + 1$ blir rundet av til 10^{16}.

Løsning:

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+1} - x} = \frac{1}{(\sqrt{x^2+1} - x)} \cdot \frac{\sqrt{x^2+1} + x}{(\sqrt{x^2+1} + x)}$$

$$= \frac{\sqrt{x^2+1} + x}{x^2+1 - x^2} = \frac{\sqrt{x^2+1} + x}{1} = \sqrt{x^2+1} + x$$