

MATINE FORELESNING 29/11-2017

Sist:

Representasjon av symboler/tegn (4.3)

Braker tabeller for å oversette fra heltall til symboler.

ASCII : Symboler som bruker 7 bits, 128 stykker.
Typisk engelske bokstaver og tegn

ISO LATIN : UTVIDELSE AV ASCII MED 1 bit, totalt 8
256 tegn
Kan j.eks. ta med Æ, Ø, Å,

UNICODE : UTVIDELSE AV ASCII OG ISO-LATIN
KJEMPETABELL MED ca 136.000 tegn (stendig nye)
TRENGER 4 bytes for "ta" unicode

UTF8 ENKODING : VARIABEL ^{LENGDE} ENKODING
ASCII symboler trenger kun 1 byte
ISO-LATIN trenger 4 bytes

Latin-1 (ISO-8859-1: Western European)

Latin-2 (ISO-8859-2: Central European)

1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	e	f
0x0	nul	stx	sot	etx	eot	enq	ack	bel	bs	ht	lf	vt	ff	cr	so	si
0x1	dle	dc1	dc2	dc3	dc4	nak	syn	etb	can	em	sub	esc	fs	gs	rs	us
0x2	sp	!	"	#	\$	%	&	'	()	*	+	,	-	.	/
0x3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
0x4	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
0x5	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[\]	^	_
0x6	`	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
0x7	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{		}	~	del
0x8	pad	hop	bph	nbh	ind	nel	ssa	esa	hts	htj	vtj	pld	plu	ri	ss2	ss3
0x9	dcs	pu1	pu2	sts	cch	mw	spa	epa	sos	sgci	sci	csi	st	osc	pm	apc
0xa	nnbsp	ı	ç	£	¤	¥	¦	§	¨	©	ª	«	¬	shy	®	¯
0xb	°	±	²	³	´	µ	¶	·	¸	¹	º	»	¼	½	¾	¿
0xc	À	Á	Â	Ã	Ä	Å	Æ	Ç	È	É	Ê	Ë	Ì	Í	Î	Ï
0xd	Ð	Ñ	Ò	Ó	Ô	Õ	Ö	×	Ø	Ù	Ú	Û	Ü	Ý	Þ	ß
0xe	à	á	â	ã	ä	å	æ	ç	è	é	ê	ë	ì	í	î	ï
0xf	ð	ñ	ò	ó	ô	õ	ö	÷	ø	ù	ú	û	ü	ý	þ	ÿ

2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	e	f
0x0	nul	stx	sot	etx	eot	enq	ack	bel	bs	ht	lf	vt	ff	cr	so	si
0x1	dle	dc1	dc2	dc3	dc4	nak	syn	etb	can	em	sub	esc	fs	gs	rs	us
0x2	sp	!	"	#	\$	%	&	'	()	*	+	,	-	.	/
0x3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
0x4	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
0x5	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[\]	^	_
0x6	`	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
0x7	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{		}	~	del
0x8	pad	hop	bph	nbh	ind	nel	ssa	esa	hts	htj	vtj	pld	plu	ri	ss2	ss3
0x9	dcs	pu1	pu2	sts	cch	mw	spa	epa	sos	sgci	sci	csi	st	osc	pm	apc
0xa	nnbsp	Ą	Ć	Ł	ł	Ś	ś	Š	š	Ť	ť	Ž	ž	shy	Ž	Ž
0xb	°	ą	ć	ł	ł	ś	ś	š	š	ť	ť	ž	ž	~	ž	ž
0xc	Ř	Á	Â	Ă	Ä	Å	Ł	Ć	Ç	Č	É	Ę	Ë	Ě	Í	Ď
0xd	Ď	Ń	Ň	Ó	Ô	Õ	Ö	×	Ř	Ů	Ú	Ů	Ů	Ý	Ť	ß
0xe	ř	á	â	ă	ä	å	ł	ć	ç	č	é	ę	ë	ě	í	ď
0xf	ř	á	â	ă	ä	å	ł	ć	ç	č	é	ę	ë	ě	í	ď

UNICODE

<https://unicode-table.com>

Fact 4.10 (UTF-8 encoding of Unicode). A Unicode character with code point c is encoded in UTF-8 according to the following four rules:

1. If $c = (d_6 d_5 d_4 d_3 d_2 d_1 d_0)_2$ is in the decimal range 0–127 (hexadecimal 00_{16} – $7f_{16}$), it is encoded in one byte as

$$0d_6d_5d_4d_3d_2d_1d_0. \quad (4.5)$$

2. If $c = (d_{10}d_9d_8d_7d_6d_5d_4d_3d_2d_1d_0)_2$ is in the decimal range 128–2047 (hexadecimal 80_{16} – $7ff_{16}$) it is encoded as the two-byte binary number

$$110d_{10}d_9d_8d_7d_6 \quad \underline{10d_5d_4d_3d_2d_1d_0}. \quad (4.6)$$

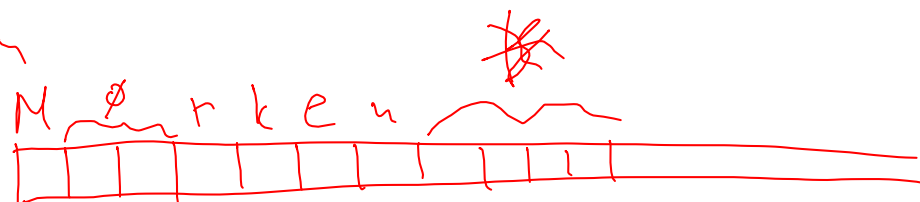
3. If $c = (d_{15}d_{14}d_{13}d_{12}d_{11}d_{10}d_9d_8d_7d_6d_5d_4d_3d_2d_1d_0)_2$ is in the decimal range 2048–65535 (hexadecimal 800_{16} – $ffff_{16}$) it is encoded as the three-byte binary number

$$1110d_{15}d_{14}d_{13}d_{12} \quad 10d_{11}d_{10}d_9d_8d_7d_6 \quad 10d_5d_4d_3d_2d_1d_0. \quad (4.7)$$

Bokstaven ø har hex-kode 98, eller binært $\underline{1111}_2 \quad 1000_2$

UTF8 ENCODING $\underline{11000011} \quad \underline{10111000}$

Marker



Snipp snapp snute...

Pensum MATINF1100 i korte trekk

<http://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/MAT-INF1100/h17/pensumliste/pensum.html>

- Heltall, induksjon
- Reelle tall
- Siffersystemer, representasjon av tall og symboler på datamaskin
- Aritmetikk og avrundingsfeil
- Differensligninger
- Taylorpolynomer med restledd
- Interpolasjon med polynomer
- Numerisk derivasjon
- Numerisk integrasjon
- Numerisk løsning av diffligninger
- Analytisk løsning av diffligninger
- Numerisk løsning av ligninger

Menti-undersøkelse:

code 354697 på www.menti.com

Induksjonsbevis

Eksamen i MAT-INF 1100, Fredag 2. Desember 2016.

Side 5

Del 2

Husk at i denne delen må alle svar begrunnes! Og ikke glem å besvare alle delspørsmålene i hver deloppgave.

Oppgave 1. I denne oppgaven skal vi studere funksjonen $f(x) = xe^x$.

a) Vis ved induksjon at $f^{(k)}(x) = (x+k)e^x$ for alle $k \geq 0$.

b) Finn Taylor-polynomet $T_n(x)$ av grad n til f om $a = 0$ og restleddet $R_n(x)$. Finn en N slik at for alle $n \geq N$, og for alle x i intervallet $[0, 1]$, så vil feilen i $T_n(x)$ bli mindre enn 0.001.

1a) ① Grunnutfallet $k=0$
 $f^{(0)}(x) = (x+0)e^x = x \cdot e^x$ ok

② INDUKSJONSSTEG

Induksjons
Hypotese $\left\{ \begin{array}{l} \text{Anta at formelen stemmer for } k=0,1,2,\dots,n \\ \text{altså at } f^{(k)}(x) = (x+k)e^x \end{array} \right.$

Brukt dette til å forsøke å vise neste steg.

$$\begin{aligned} \frac{d f^{(k)}(x)}{dx} &= \frac{d}{dx} \left((x+k)e^x \right) = \\ &= 1 \cdot e^x + (x+k)e^x = (x+k+1)e^x \\ &= (x+(k+1))e^x \quad \text{ok for } k=n+1 \end{aligned}$$

Resonnement: Formelen stemmer for $k=0$
Har vist at den stemmer for $k=n$,
stemmer den også for $k=n+1$

Altså: stemmer for $k=0,1,2,3,4,5,\dots$

Formelen stemmer ved induksjon

□

Oppgave 2. La $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ betegne Fibonacci-følgen gitt ved differensligningen

$$x_{n+2} = x_n + x_{n+1}, \quad n \geq 1, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 1.$$

La $y_n = x_{4n}$ betegne følgen som består av hvert fjerde ledd i Fibonacci-følgen. Vis ved induksjon at y_n inneholder 3 som faktor for alle $n \geq 1$.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	...
1	1	2	3	5	8	13	21	...
			y_1				y_2	

① Grensefallet $n=1$
 $y_1 = x_4 = 3 \quad \text{ok}$

② Induksjonssteget

Hypotesen \rightarrow Anta at y_k inneholder 3 som faktor for $k=1, 2, 3, \dots, n$

Skriv ned uttrykk for y_{n+1}

$$\underline{y_{n+1}} = x_{4(n+1)} = x_{4n+4} = x_{4n+3} + x_{4n+2}$$

$$= x_{4n+2} + x_{4n+1} + x_{4n+2}$$

$$= 2x_{4n+2} + x_{4n+1}$$

$$= 2x_{4n+1} + 2x_{4n} + x_{4n+1}$$

$$= \underline{3x_{4n+1}} + 2x_{4n}$$

$$= 3x_{4n+1} + 2y_n \leftarrow \begin{array}{l} \text{Antatt delbar} \\ \text{med 3} \end{array}$$

Begge er delbar med 3

Dvs y_{n+1} er delbar med 3

Konklusjon: y_k er delbar med 3 for $k=1, 2, 3, 4, 5, \dots$