Naturlige tall, seksjon 1.1 i Kalkulus

Naturlige tall $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

Hele tall $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

a er delelig med b hvis og bare hvis
$a = q \cdot b$ for et heltall $q > 1$

a er et primtall hvis og bare hvis
a er ikke delelig med noe heltall > 1

Faktorisering: $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

Aritmetikkens fundamentalteorem:
Et naturlig tall $a > 1$ kan skrives som et produkt av primtall på en entydig måte.

Partall $= \{2, 4, 6, 8, \ldots\} = \{2n, \ n \in \mathbb{N}\}$

Oddetall $= \{1, 3, 5, 7, \ldots\} = \{2n-1, \ n \in \mathbb{N}\}$

Ex. Finn en formel for tallfølgen

$\{4, 7, 10, 13, 16, \ldots\} = \{3n+1, \ n \in \mathbb{N}\}$

$4 + 3(n-1), \quad n \in \mathbb{N}$

$= 4 + 3n - 3 = 3n + 1$

$= \{3n-2, \ n = 2, 3, 4, 5, 6 \ldots\}$

Summetegn

$$\sum_{i=1}^{50} 2i = 2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 98 + 100$$

Egenskaper ved summetegnet

(i) $\sum_{n=k}^{m} a_n + \sum_{n=k}^{m} b_n = \sum_{n=k}^{m} (a_n + b_n)$

(ii) $\sum_{n=k}^{m} c \cdot a_n = c \sum_{n=k}^{m} a_n$

(iii) $\sum_{n=k}^{m} a_n + \sum_{n=m+1}^{\ell} a_n = \sum_{n=k}^{\ell} a_n$

Bevis for (ii).

$$\sum_{n=k}^{m} c \cdot a_n = c \cdot a_k + c \cdot a_{k+1} + c\, a_{k+2} + \cdots + c \cdot a_m$$
$$= c\,(a_k + a_{k+1} + a_{k+2} + \cdots + a_m)$$
$$= c \sum_{n=k}^{m} a_n$$