Litt mer om reelle tall 30/8-19

Setning. Ethvert åpent intervall (a,b) inneholder både rasjonale og irrasjonale tall.

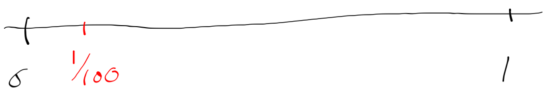
Intervallet $(0,1)$ inneholder $1/2$ og $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Hva med $(1,2)$? $y = x+1$, $(0,1) \rightarrow (1,2)$

Det vil si at $1/2$ blir til $\frac{1}{2}+1 = 3/2$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ blir til $\frac{1}{\sqrt{2}}+1$ - irrasjonal.

Hva med $(0, \frac{1}{100})$?

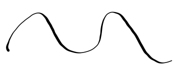


$y = \frac{x}{100}$

$\frac{1}{2}$ blir til $\frac{1/2}{100} = \frac{1}{200}$ - rasjonalt

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ blir til $\frac{1/\sqrt{2}}{100} = \frac{1}{100\sqrt{2}}$ - irrasjonalt

Hva med (a,b)?



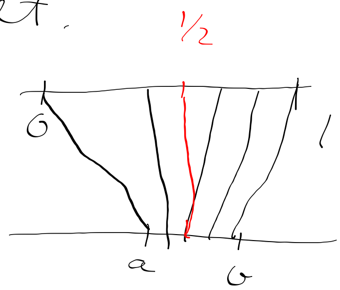
Kan vi strekke $(0,1)$ til (a,b)?

$y = c_0 + c_1 x$

$y = a + (b-a)x$ fikser det.

$\frac{1}{2}$ blir til $a + (b-a)\frac{1}{2}$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ blir til $a + (b-a)\frac{1}{\sqrt{2}}$



Hva er et reelt tall?

Et reelt tall er et desimaltall med uendelig mange sifre.

$3.140000\ldots$

$0.00000\ldots$

$\frac{1}{2} = 0.50000\ldots$

$\frac{1}{3} = 0.3333\ldots$

$\frac{1}{7} = 0.142857142857\ldots$

$\sqrt{2} = 1.41421356237\ldots$

Desimalene i et rasjonalt tall gjentar seg

Desimalene i et irrasjonalt tall gjentar seg ikke.

Er $0,3333\ldots$ virkelig $1/3$?

$0,3333\ldots = 3\cdot 10^{-1} + 3\cdot 10^{-2} + 3\cdot 10^{-3} + \ldots$

$= 3\cdot 10^{-1}(1 + 10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-3} + \ldots)$

$= 3\cdot 10^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} 10^{-n}$ – geometrisk rekke med $1/10$ som faktor.

$= 3\cdot 10^{-1} \cdot \frac{1}{1 - 1/10}$

$= (3/10)(10/9) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Hvorfor totallsystemet på datamaskin?

Robust i forhold til støy

Ulempe: må bruke mange siffer for å representere små tall.

$1011_2 = 1\cdot 2^3 + 0\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 = 11$

$328 = 3\cdot 10^2 + 2\cdot 10^1 + 8\cdot 10^0$

$17 = 10001 = 1\cdot 2^4 + 0\cdot 2^3 + 0\cdot 2^2 + 0\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0$