

Representasjonen av tall
i siffersystem med grunntall $\beta > 1$.

Eks. $14_{10} = 16_8 = 1 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0$

$$\begin{aligned} 223_2 &= 2 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7^1 + 3 \cdot 7^0 \\ &= 98 + 14 + 3 = 115 \end{aligned}$$

$$0.001_2 = 0 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = 0,125_{10}$$

$$\begin{aligned} &d_2 d_1 d_0 . d_{-1} d_{-2} d_{-3} \dots \\ &d_2 \cdot \beta^2 + d_1 \cdot \beta^1 + d_0 \cdot \beta^0 + d_{-1} \cdot \beta^{-1} + d_{-2} \beta^{-2} + d_{-3} \beta^{-3} + \dots \end{aligned}$$

To egenskaper ved sifferutvikling
av tall i $(0,1)$.

1. Sifferutviklingen til et tall $a \in (0,1)$ repeterer hvis og bare hvis a er et rasjonalt tall.

Eks. $\frac{1}{3} = 0.3333 \dots$

$\sqrt{2} = 1.4142 \dots$

La oss se på $\frac{1}{7}$.

$1 : 7 = 0.142857142857142857 \dots$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \hline 10 \\ 7 \\ \hline 30 \\ 28 \\ \hline 20 \\ 14 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ 56 \\ \hline \end{array}$$

$$40$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \hline \end{array}$$

$$50$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \hline \end{array}$$

$$10$$

$$\begin{aligned} & 0.333 \dots \\ &= 3 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + \dots \\ &= 3 \cdot 10^{-1} (1 + 10^{-1} + 10^{-2} + \dots) \\ &= 3 \cdot 10^{-1} \left(\sum_{i=0}^{\infty} 10^{-i} \right) = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

2. Representasjonen av et tall $a \in (0,1)$ består av et endelig antall siffer hvis og bare hvis $a = \frac{c}{\beta^k}$ er et rasjonelt tall og alle primtallsfaktorene i c går opp i β .

Eks. $\beta = 10 = 2 \cdot 5$

Endelig antall siffer så må faktorene i c gå opp i 10.

c kan bare inneholde 2 og 5 som faktorer.

for eks $\frac{1}{2} = 0.5$, $\frac{1}{5} = 0.2$, $\frac{1}{8} = 0.125$

$$\frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 0.04$$

Hvite om $\beta = 2$? Tall på formen

$\frac{p}{2^q}$, $q > 0$ kan representeres med et endelig antall siffer.

$$\frac{1}{2} = 0.1_2, \quad \frac{1}{8} = 0.001_2$$

NB! $0.1 = \frac{1}{10}$ kan ikke representeres eksakt når $\beta = 2$

Eks Anta et $a = \frac{8}{9}$ og $\beta = 6$

$$\frac{8}{9} = \frac{32}{36} = 32 \cdot 36^{-1}$$

$$32 = 5 \cdot 6 + 2 \cdot 6^0 = 52_6$$

$$\frac{8}{9} = \frac{52_6}{6^2} = \frac{5 \cdot 6 + 2 \cdot 6^0}{6^2} = 5 \cdot 6^{-1} + 2 \cdot 6^{-2} = 0.52_6$$