Inhomogene differensligninger

Har ligning på formen

$$x_{n+2} + b x_{n+1} + c x_n = f(n) \quad . \quad b, c \in \mathbb{R}$$

eller

$$x_{n+1} + r x_n = f(n)$$

Lemma. Hvis x_n^p er en løsning er alle andre løsninger på formen

$$x_n = x_n^p + x_n^h$$

der x_n^h er en vilkårlig løsning av den homogene ligningen. $(f(n) = 0)$.

Eks. $x_0 = 1000$ Penger til sparing. 1 % rate.

$$x_{n+1} = x_n + 0.01\, x_n + 100 = 1.01\, x_n + 100$$

$$x_{n+1} - 1.01\, x_n = 100 \, , \quad x_0 = 1000$$

Homogen lign.: $x_{n+1} - 1.01\, x_n = 0$

$$x_n^h = C(1.01)^n$$

Vi ser at høyresiden er konstant så vi prøver med $x_n^p = A$. Vi setter inn

$$x_{n+1}^p - 1.01\, x_n^p = A - 1.01\, A = 100$$

$$-0.01\, A = 100$$

Så $A = -10000$

Generell løsning

$$x_n = x_n^p + x_n^h = -10000 + C(1.01)^n$$

Startverdi $x_0 = 1000$

$$1000 = x_0 = -10000 + C \, , \quad C = 11000$$

Løsning $x_n = 11000(1.01)^n - 10000$

Eks 2. $x_{n+1} - 2x_n = 2^n$.

Her er høgre siden på formen $A2^n$
så vi prøver med en slik løsning.

$x_n^p = A \cdot 2^n$

$x_{n+1}^p - 2x_n^p = 2^n$

$A \cdot 2^{n+1} - 2A \cdot 2^n = 2^n$

$A \cdot 2^{n+1} - A \cdot 2^{n+1} = 2^n$

$0 = 2^n$

Selvmotsigelse
Dette betyr at $x_n^p = A \cdot 2^n$ er bare tull!

La oss prøve med $x_n^p = An \cdot 2^n$, $(An + B)2^n$

$$x_{n+1}^p - 2x_n^p = A(n+1) \cdot 2^{n+1} - 2A\, n \cdot 2^n$$
$$= 2^{n+1} A \cdot n + A \cdot 2^{n+1} - 2^{n+1} A \cdot n$$
$$= A \cdot 2^{n+1} = 2^n$$

. Da må $A = \frac{1}{2}$

Altså er $x_n^p = An \cdot 2^n = \frac{1}{2} n 2^n = n \cdot 2^{n-1}$ en løsning.

Homogen løsning: $x_{n+1} - 2x_n = 0$

Homogen løsning $x_n^h = C \cdot 2^n$

Generell løsning $x_n = x_n^h + x_n^p$
$$= C \cdot 2^n + n 2^{n-1}$$

OK form på høyre side

i) $f(n)$ polynom

ii) $f(n)$ på form $P(n) \cdot a^n$, $P(n)$ polynom

iii) $f(n)$ på form $b^n(A \sin(an) + B \cos(an))$

Prøv med løsning der A og B byttes med generelle koeff.

Representasjon av tekst i datamaskin.

Vi vet at vi kan representere tall (ved hjelp av 0 og 1).
Hvordan kan vi bruke dette til å representere bokstaver og tegn?

Tegn representeres vha. av tall som peker inn i en tabell.
Typisk består et slik tall av minst 7 bits. (svarer til 128 forskjellige tegn).

ASCII

Man trengte flere tegn og innførte ISO Latin 1, 2, 3 .. med 8 bits (1 byte).

De 128 første tegnene er ASCII.

For å få plass til alle verdens tegn ble Unicode etablert. Denne tabellen har 1 114 111 mulige tegn. Bare 10 % er definert.
For å representere en kode trenger man 3 bytes.