Spørsmål 10 8-bit = 1 byte

Odde tall

512-tegn kodet som 1055 bytes

Riktig svar

- UTF 8 - Et tegn må kodes med 1, 2, 3, 4 bytes
- UTF 16 - Et tegn må kodes med 2 eller 4 bytes
  ↳ Kan ikke gi odde tall
- ISO Latin 1 - Hvert tegn kodes med 1 byte
  ↳ gir 512 bytes
- 8-bit ASCII - —— " ——
- UTF-32 - Hvert tegn kodes med 4-bytes
  Som gir $4 \cdot 512 = 2048$ bytes.

Spørsmål 9

P_n : $x_n \geq n!$ $x_0 = 1$ $x_1 = 2$

$$x_2 = x_1 \cdot x_0 = 2 \cdot 1 = 2$$
$$x_3 = x_2 \cdot x_1 = 2 \cdot 2 = 4$$

P_3 : $x_3 = 4 \geq 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ Usann.

$$(k-1)! \geq k+1$$

$k = 3$

$$(3-1)! = 2! = 2 \geq 3+1 = 4$$

Ulikheten holder ikke og del 2 av induksjons-beviset er feil.

Spørsmål 8

$$6x_{n+2} + 5x_{n+1} - 4x_n = 0 \qquad n \geq 0$$

$x_0 = 1 \qquad x_1 = \frac{1}{2}$

Simuleres på datamaskin med 64-bits flyttall.

Kar. lig.

$$6r^2 + 5r - 4$$

$$r = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(-4) \cdot 6}}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm \sqrt{25+96}}{12} = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{12} = \frac{-5 \pm 11}{12} = \begin{cases} -\frac{4}{3} \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

Generell løsning

$$x_n = C\left(-\frac{4}{3}\right)^n + D\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Initial betingelser $x_0 = 1 \quad x_1 = \frac{1}{2}$

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= 1 = C + D \\ x_1 &= \frac{1}{2} = -\frac{4}{3}C + \frac{1}{2}D \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} C &= 0 \\ D &= 1 \end{aligned}$$

Simuleres som

$$x_{n+2} = -\frac{5}{6}x_{n+1} + \frac{2}{3}x_n \qquad x_0 = 1 \qquad x_1 = \frac{1}{2}$$

Simulert løsning må bli

$$|\varepsilon_1|, |\varepsilon_2| \approx 10^{-17}$$

$$x_n = (0 + \varepsilon_1)\left(-\frac{4}{3}\right)^n + (1 + \varepsilon_2)\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

ustor $\nearrow 0$

$\square$ $C\,(-4/3)^n$ og så overflow for en passende konstant C.

Spørsmål 7

Differens ligningen

$$2x_{n+1} + x_n = 9 \qquad n \geq 0$$

x_0 har løsning.

Homogent problem.
$2x_{n+1} + x_n = 0$

Kar. lig.

$$2r + 1 = 0$$

$$r = -\frac{1}{2}$$

Homogen løsning

$$x_n^h = C\left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

Partikulær løsning
Gjetter på $x_n^p = A$

$$2x_{n+1} + x_n = 9$$

$$2x_{n+1}^p + x_n^p = 2A + A = 9$$

$$3A = 9$$

$$A = 3$$

Partikulær løsning
$x_n^p = 3$

Generell løsning

$$x_n = x_n^h + x_n^p = C\left(-\frac{1}{2}\right)^n + 3$$

Initial betingelse. $x_0 = 1$

$$x_0 = 1 = C + 3 \iff C = -2$$

$$x_n = -2\left(-\frac{1}{2}\right)^n + 3 = -2(-2)^{-n} + 3 = \underline{\underline{(-2)^{1-n} + 3}}$$

Spørsmål 6

Anta at vi evaluerer uttrykkene for store positive tall. Hvilket av uttrykkene vil gi stor relativ feil.

Husker at subtraksjon av nesten like tall gir stor avrundingsfeil.

- $x + \sin(x)$
  $\in [-1, 1]$
- $x^7 + x$ Bare positive tall.
- $x - e^x < 0$ for alle $x \geq 0$ så ingen kansellasjon
- $x^4 - x^2 = x^2(x^2 - 1)$ bare likhet for $x \approx 1$. Så vil ikke gi stor avrundingsfeil for store x.
- $\sqrt{x^2 + x} - x$ Vet at for store x er $\sqrt{x^2+x} \approx x$

Riktig.

Spørsmål 5

$$\begin{array}{r} \cancel{3}\,{}^{4}\cancel{1}\,{}^{4}1_4 \\ -\ 122_4 \\ \hline =\ 123_4 \end{array}$$

Spørsmål 4

For hvilken β har vi likhet.

$$7_\beta + 8_\beta = 13_\beta$$

Dette betyr

$$7 \cdot \beta^0 + 8 \cdot \beta^0 = 1 \cdot \beta^1 + 3\beta^0$$

$$7 + 8 = \beta + 3$$

$$15 = \beta + 3$$

$$\underline{\underline{\beta = 12}}$$

Spørsmål 3

Minste øvre skranke

$$\{x \in \mathbb{R} : x > 0 \text{ og } 0 < x^2 - 2x < 1\}$$

Den eneste ompade begrensningen vi har er

$x^2 - 2x < 1$

$x^2 - 2x - 1 < 0$

Løser $x^2 - 2x - 1 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$1 - \sqrt{2} < 0$ så er ikke i mengden

$x = 1 + \sqrt{2}$ er en minste øvre skranke.

Spørsmål 2

Tallet $0{,}1011_2$ i 2-tallsystemet er i 4-tallsystemet.

$$0{,}\underbrace{10}_{2}\underbrace{11}_{3}{}_2 = 1\cdot 2^{-1} + 0\cdot 2^{-2} + 1\cdot 2^{-3} + 1\cdot 2^{-4}$$

$$= (2+0)\cdot 2^{-2} + (2+1)2^{-4}$$

$$= 2\cdot 4^{-1} + 3\cdot 4^{-2} \qquad \left(2^{-4} = 2^{-2\cdot 2} = (2^2)^{-2} = 4^{-2}\right)$$

$$= 0{,}23_4$$

Spørsmål 1

Tallet 10041_5 i 5-tallsystemet er i 10-tallsystem

$$10041_5 = 1 \cdot 5^4 + 0 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = 646$$