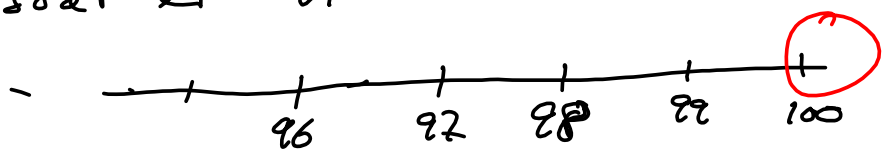
Midtveiseksamen 2020

Oppg. 7 $a = \sup\{x \in \mathbb{N} \mid x/100 < 1\}$

$x/100 < 1$, $x < 100$

Riktig svar er 99

ikke med



a er det minste tallet som er større enn eller lik alle tall i mengden.

Oppg. 15

Differensligningen $x_{n+1} - 2(n+1)x_n = 0$, $n \geq 0$

$x_0 = 1$

$x_{n+1} = 2(n+1)x_n$, $x_n = 2 \cdot n \cdot x_{n-1}$

$x_{n-1} = 2 \cdot (n-1)\, x_{n-2}$

$n=0$ $x_1 = 2 \cdot (0+1) \cdot 1 = 2$

$n=1$ $x_2 = 2(1+1) \cdot 2 = 8$

$n=2$ $x_3 = 2 \cdot (2+1) \cdot 8 = 48$

$x_{n+1} = 2(n+1)x_n = 2(n+1) \cdot 2 \cdot n\, x_{n-1} = 4 \cdot (n+1) \cdot n\, x_{n-1}$

$= 4(n+1)n \cdot 2(n-1)x_{n-2} = 8(n+1)n(n-1)x_{n-2}$

$= 2^3 (n+1)n(n-1)x_{n-2}$

$\vdots$

$= 2^4 (n+1)n(n-1)(n-2)x_{n-3}$

$\vdots$

$= 2^{n+1}(n+1)n(n-1)\cdots 1 \quad x_0 = 2^{n+1}(n+1)!$

$x_n = 2^n n!$

Oppg. 12

Hvilket uttrykk vil gi størst relativ feil for store positive tilfeller?

- $\ln(x+1) - \ln x$
- $\dfrac{1}{x^2 - \sqrt{1+x}}$

Opg. 18

$$x_{n+2} - 2x_{n+1} + 4x_n = 3n + 3$$

Part. løsn. $x_n^P = An + B$

$$A(n+2) + B - 2(A(n+1) + B) + 4(An + B) = 3n + 3$$

$$3An + 3B = 3n + 3 \quad \text{for alle } n.$$

$3A = 3$, $A = 1$

$3B = 3$ $B = 1$

Part. løsn. $x_n^P = n + 1$

Homogen løsning:

$$x_{n+2} - 2x_{n+1} + 4x_n = 0$$

$$r = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-12}}{2} = \frac{2 \pm 2i\sqrt{3}}{2} = 1 \pm i\sqrt{3}$$

$$r = 1 \pm i\sqrt{3} = |r| e^{i\theta} = 2e^{i\theta}$$

$$|r| = \sqrt{1 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

$$x_n = 2^n (C \cos n\theta + D \sin n\theta)$$

Oppg. 4

100 tegn krever 111 bytes