

### Numerisk derivasjon.

Enkleste metode:  $f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ ,  $h > 0$

Feilen kan uttrykkes som:

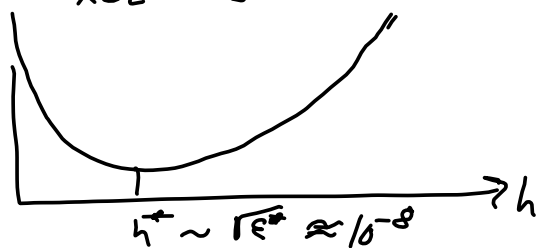
$$\left| f'(a) - \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \right| \leq \frac{h}{2} M_1 + \frac{2\varepsilon^*}{h} M_2$$

der  $M_1 = \max_{x \in [a, a+h]} |f''(x)|$ ,

$M_2 = \max_{x \in [a, a+h]} |f(x)|$

$$\varepsilon^* \approx 10^{-16}$$

Deriver feilen mhp.  $h$   
og sett lik 0. Får da



$$h^* = 2 \sqrt{\frac{\varepsilon^* M_2}{M_1}} \approx 2 \sqrt{\frac{\varepsilon^* f(a)}{f''(a)}}$$

## Alternativer metoder

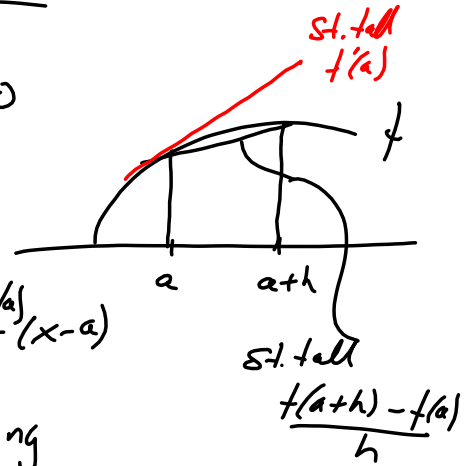
$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a)}{h}, \quad h > 0$$

Vi har gjort følgende:

1. Tilnærm  $f$  med sekanten  $P(x) = f(a) + \frac{f(a+h) - f(a)}{h}(x-a)$

2. Bræk  $P'(a)$  som tilnærmning til  $f'(a)$

$$P'(a) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



Dette kan generaliseres: Vi kan interpolere i flere punkter med polynom af højere grad.

Andre metoder:

1. Interpoler  $f$  i  $a-h, a, a+h$  med parabel

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$$

$$f''(a) \approx \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2}$$

$$P(x) = c_0 + c_1(x - (a-h)) + c_2(x - (a-h))(x - a)$$

Hvis  $P$  skal ha samme verdi som  $f$  i  $a-h, a, a+h$  må

$$c_0 = f(a-h), \quad c_1 = \frac{f(a) - f(a-h)}{h}, \quad c_2 = \frac{f(a+h) - 2f(a)}{h^2}$$

$$c_2 = \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{2h^2}$$

$$P'(x) = c_1 + c_2(x - a) + c_2(x - (a-h))$$

$$P''(x) = 2c_2$$

$$f(a+h) = P_2(a+h) = \cancel{f(a)} c_0 + c_1 \cdot 2h + c_2 \cdot 2h \cdot h$$

$$\begin{aligned} \stackrel{\approx}{=} \\ c_2 \cdot 2h^2 &= f(a+h) - c_0 - c_1 \cdot 2h \\ &= f(a+h) - f(a-h) - \frac{f(a) - f(a-h)}{2} \cdot 2 \\ &= f(a+h) - 2 \frac{f(a)}{2} + f(a-h) \\ c_2 &= \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{2h^2} \end{aligned}$$

## Oversikt over pensum.

Felles MAT-INF 1100 og MAT-IN 1105.

1. Taylors formel med restledd,  
Kalkulus sek. 11.1 og 11.2.
2. Interpolasjon, Kap. 9.2 i komp.
3. Numerisk løsning av ligninger, Kap 10 komp  
Halveringsmet, sekantmet, Newtons metode  
(ide bak metodene, vite noe om konvergens)  
11
4. Numerisk derivasjon, Kap. 11 i komp.  
Forstå den enkleste metodene, inkludert feilanalyse  
Kjennne til de andre og prosedyren for å utlede dem.
5. Numerisk integrasjon, Kap. 12  
Midtpunkt, trapes, Simpson  
Feilanalyse for den enkleste.
6. Numerisk løsning av differensialligninger.  
Kap 13  
Geometrisk tolkning, Eulers metode,  
Eulers midtpunktmetode, Runge-Kutta  
systemer av ligninger  
Vite om feil estimater.
7. Analytiske metoder for å løse differensial  
-ligninger  
Kap. 10 i Kalkulus  
Lineare ligninger.  
Separable ligninger  
Andre ordens homogene og inhomogene  
Modellering med diff ligninger
8. Induktjonsprinsippet, Kap 1 i Kalkulus.  
Binomialteoremet

Pensum bare for MAT-INF 1100.

9. Reelle tall. Kap. 2 i Kalkulus.  
 trekantulikheten, rasjonale og irrasjonale tall,  
 komplettetsprinsippet,
10. Tall i ulike siffersystemer Kap 3 i komp.  
 Hele tall og tall i  $(0,1)$ .  
 Egenskaper ved rent. i  $\beta$ -tall systemet.
11. Representasjon av heltall, reelle tall  
 og tekst i datamaskinen, Kap. 4. komp
12. Aritmetikk på datamaskin og avrundingsfeil  
 kansellering ved subtraksjon Kap. 5.  
 av to nesten like tall.  
 Relativ feil, måling av feil  
 Omskrivning av uttrykk for å unngå  
 avrundingsfeil
13. Simulering av differensligninger  
 og effekten av avrundingsfeil, Kap. 6  
 i komp.
14. Analytisk løsning av differensligninger.  
 Første ordens; andre ordens. Kap 4  
 lineære med konstante koeffisienter i kalk  
 homogene og inhomogene  
 Modellering