Hvorfor 0 og 1 i datamaskiner?

1. Robust overfor støy
2. Gir 'enkle' beregninger på laveste nivå.
3. Ulempe. Ofte trenger vi mange beregninger der hver er enkel.

Heltall i ulike siffersystemer

(Kap. 3 i Komp)

$$2716 = 2\cdot 10^3 + 7\cdot 10^2 + 1\cdot 10^1 + 6\cdot 10^0$$

Hva om vi erstatter 10 med $\beta \in \mathbb{N}$, $\beta > 1$?

Heltallsdivisjon og rest.

Hvis a og b er to heltall, så angir $a // b$ resultatet av heltallsdivisjon av a med b.

$a \% b$ angir resten når a divideres med b.

Anta at vi skal representere heltall med grunntall $\beta > 1$, hvilke siffere har vi da?

Vi trenger symboler som kan representere tallene $0, 1, 2, 3, \ldots, \beta - 1$.

Lemma 3.5. Et hvert naturlig tall kan representeres på en entydig måte i siffersystemet med grunntall $\beta > 1$.

Bevis ved eksempel.

Vi skal representere $a = 3761$ med grunntall $\beta = 8$.

Vi skal finne d_0, d_1, d_2, d_3 slik at

$$3761 = d_3 \cdot 8^3 + d_2 \cdot 8^2 + d_1 \cdot 8^1 + d_0 \cdot 8^0$$

Vi ser at alle ledd på høyre side, bortsett fra det siste er delelig med 8. Altså er

$$3761 \,\%\, 8 = 1 = d_0 \qquad (8 \cdot 470 = 3760)$$

$$3761 \,//\, 8 = 470$$

Men da er $470 = d_3 \cdot 8^2 + d_2 \cdot 8 + d_1 \cdot 8^0$

Vi ser at

$$d_1 = 470 \,\%\, 8 = 6, \qquad 470 \,//\, 8 = 58$$

Dermed må $58 = d_3 \cdot 8^1 + d_2$

og $d_2 = 58 \,\%\, 8 = 2, \qquad 58 \,//\, 8 = 7$

$$7 = d_3 \cdot 8^0 = d_3$$

Altså er $3761 = (d_3 d_2 d_1 d_0)_8 = 7261_8$

Det vi har gjort er en algoritme.

Algoritme 3.6. La a være et naturlig tall som med grunntall β har sifrene $(d_k, d_{k-1}, \ldots, d_0)_\beta$. Da kan vi finne sifrene ved å utføre:

$a_0 = a$
for $i = 0, 1, \ldots, k$
  $d_i = a_i \,\%\, \beta$ $(a \,\%\, \beta)$
  $a_{i+1} = a_i \,//\, \beta$ $(a = a \,//\, \beta)$