

MAT-INF 1100

Obligatorisk oppgave 2 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 20. oktober 2022, klokken 14:30 i Canvas (canvas.uio.no).

Instruksjoner

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og skanner den, eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av L^AT_EX). Skannede ark må være godt lesbare. Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Husk å inkludere eventuell kode og kjøreeksempel, samt relevante plott og figurer i PDF-filen.

Merk at man har kun ett forsøk på oppgaven. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan du bli bedt om en muntlig redegjørelse.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) før innleveringsfristen. Vitenskapelig ansatte kan ikke innvilge utsettelse.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For å få godkjent denne obligatoriske oppgaven må du ha gjort seriøse forsøk på å løse alle deloppgavene, og minst halvparten av oppgavene må være tilfredsstillende besvart.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

Oppgaver

Oppgave 1. I denne oppgave skal vi studere funksjonen

$$f(x) = (1+x)\ln(1+x).$$

- a) Finn Taylorpolynomet av orden 3 til f om punktet $a = 0$.
- b) Vis ved induksjon at for alle $k \geq 2$ så er

$$f^{(k)}(x) = (-1)^k(k-2)!(1+x)^{1-k}.$$

Bestem Taylorpolynomet $T_n f(x)$ til f om punktet $a = 0$ og et uttrykk for restleddet $R_n f(x)$.

- c) Finn et naturlig tall N slik at

$$\max_{x \in [0,1]} |f(x) - T_n f(x)| < 10^{-4} \quad \text{for alle } n \geq N.$$

Oppgave 2. Lag et program som plotter grafene til funksjonen $f(x) = \exp(x)$ og Taylorpolynomet $T_n f(x)$ om punktet $a = 0$ for $n = 1, 2, 3, 4$ over intervallet $[0, 2]$.

Oppgave 3. I denne oppgaven skal vi studere den ikkelineære differenslikningen

$$y_{n+1} \left(\frac{1}{2} + y_n \right) = y_n \quad n = 0, 1, \dots \quad (1)$$

med $y_0 = 1$. Ikkelineære differenslikninger er generelt vanskelige å løse for hånd, men for noen er det mulig.

- a) Vis ved induksjon at $y_n > 0$ for alle $n \geq 0$.
- b) Vis at likningen (1) kan omskrives til en lineær differenslikning ved hjelp av variabelsubstitusjonen $x_n := 1/y_n$ (som er veldefinert siden $y_n > 0$).
- c) Bestem løsningen y_n for $n \geq 0$ og grenseverdien til y_n når $n \rightarrow \infty$ ved å først løse den lineære differenslikningen.