# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

| | |
|---|---|
| Deleksamen i: | MAT-INF 1100 — Modellering og beregninger. |
| Eksamensdag: | Onsdag 7. oktober 2015. |
| Tid for eksamen: | 15:00 – 17:00. |
| Oppgavesettet er på 5 sider. | |
| Vedlegg: | Formelark. |
| Tillatte hjelpemidler: | Ingen. |

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Svarene føres på eget svarark.

De 10 første oppgavene teller 2 poeng hver, de siste 10 teller 3 poeng hver. Den totale poengsummen er altså 50. Det er 5 svaralternativer for hvert spørsmål, men det er bare ett av disse som er riktig. Dersom du svarer feil eller lar være å krysse av på et spørsmål, får du null poeng. Du blir altså ikke "straffet" med minuspoeng for å svare feil. *Lykke til!*

**NB. Husk å sjekke at du har ført inn svarene riktig på svararket!**

### Oppgaveark

**Oppgave 1.** Det desimale tallet 231 representeres i totallssystemet som

**A:** $1111\ 0111_2$

**B:** $1100\ 1011_2$

**C:** $1101\ 1010_2$

**D:** $1110\ 0111_2$

**E:** $1110\ 1011_2$

**Oppgave 2.** I 16-tallsystemet blir det binære tallet $1010\ 1110.1101\ 1_2$ skrevet som

**A:** $ae.d8_{16}$

**B:** $ad.e8_{16}$

**C:** $af.b3_{16}$

**D:** $bd.c6_{16}$

**E:** $c4.cd_{16}$

*(Fortsettes på side 2.)*

**Oppgave 3.** Tallet $1201_3$ i 3-tallsystemet representerer det desimale tallet

**A:** 44

**B:** 48

**C:** 43

**D:** 47

**E:** 46

**Oppgave 4.** Det rasjonale tallet 9/20 kan skrives i 2-tallsystemet som

**A:** $0.0111\ 0011\ 0011\cdots_2$ der sifrene 0011 gjentas uendelig mange ganger

**B:** $0.0101\ 0011\ 0011\cdots_2$ der sifrene 0011 gjentas uendelig mange ganger

**C:** $0.0101\ 1011\ 1011\cdots_2$ der sifrene 1011 gjentas uendelig mange ganger

**D:** $0.0111\ 1011\ 1011\cdots_2$ der sifrene 1011 gjentas uendelig mange ganger

**E:** $0.0111\ 0101_2$

**Oppgave 5.** Tallet $7312_8$ i 8-tallsystemet skrives i 2-tallsystemet som

**A:** $0111\ 1100\ 1010_2$

**B:** $1110\ 1100\ 1010_2$

**C:** $1111\ 1100\ 1010_2$

**D:** $1110\ 1111\ 1010_2$

**E:** $1010\ 1100\ 1011_2$

**Oppgave 6.** Kun ett av følgende utsagn er sant, hvilket?

**A:** Alle rasjonale tall med nevner større enn 1 og mindre enn 11 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 105-tallsystemet

**B:** Det rasjonale tallet 5/14 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 6-tallsystemet

**C:** Det rasjonale tallet 3/7 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 14-tallsystemet

**D:** Både 1/6 og 1/20 kan representeres med endelige sifferutviklinger i 6-tallsystemet

**E:** Det rasjonale tallet 5/12 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 3-tallsystemet

**Oppgave 7.** Tallet

$$\frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$$

er

**A:** 0

**B:** 1

**C:** 1/2

**D:** 2

**E:** irrasjonalt

*(Fortsettes på side 3.)*

**Oppgave 8.** Hva er minste øvre skranke for mengden

$$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1 \text{ og } \sin x < 1/2\}?$$

**A:** 0
**B:** $\pi/2$
**C:** $\pi/4$
**D:** $\pi/6$
**E:** 1

**Oppgave 9.** For hvilken verdi av $\beta$ har vi $3_\beta \cdot 3_\beta = 12_\beta$ (der alle tallene er representert i $\beta$-tallsystemet)?

**A:** $\beta = 2$
**B:** $\beta = 5$
**C:** $\beta = 6$
**D:** $\beta = 7$
**E:** $\beta = 8$

**Oppgave 10.** Multiplikasjonen $a1_{16} \cdot b2_{16}$ (der begge tallene er representert i 16-tallsystemet) gir som resultat

**A:** $6ff2_{16}$
**B:** $6fb2_{16}$
**C:** $6ef2e2_{16}$
**D:** $6ee2_{16}$
**E:** $6fe2_{16}$

**Oppgave 11.** En tekst som inneholder 3 tegn er lagret med 9 bytes, hvilken enkoding er den da lagret med?

**A:** ASCII
**B:** ISO Latin 1
**C:** UTF-8
**D:** UTF-16
**E:** UTF-32

**Oppgave 12.** Vi tilnærmer et tall $a$ med et tall $\tilde{a}$ og den relative feilen blir 0.00134. Omtrent hvor mange sifre vil i så fall $a$ og $\tilde{a}$ ha felles?

**A:** 1
**B:** 3
**C:** 5
**D:** 7
**E:** Ingen

*(Fortsettes på side 4.)*

**Oppgave 13.** Hvilket av følgende uttrykk vil gi stor relativ feil om det evalueres for negative flyttall med stor absoluttverdi?

**A:** $x^2 + x^4$

**B:** $x + e^x$

**C:** $x + \sin x$

**D:** $1 + x^2$

**E:** $\sqrt{x^2 + 2} + x$

**Oppgave 14.** Hvilken av følgende differensligninger er lineær, inhomogen og av andre orden?

**A:** $x_{n+1} + 2x_n = 3$

**B:** $x_{n+2} + x_{n+1}x_n = 1$

**C:** $x_{n+2} + 3x_{n+1} - nx_n = \cos n$

**D:** $x_{n+3} + nx_{n+1} - x_n = 4$

**E:** $x_{n+2} + 4x_{n+1} - x_n = 0$

**Oppgave 15.** Differensligningen

$$x_{n+1} - 3x_n = 3^n, \; n \geq 0$$

med startverdi $x_0 = 1$ har løsningen

**A:** $x_n = 3n + 1$

**B:** $x_n = 3^n$

**C:** $x_n = (n + 1)3^n$

**D:** $x_n = (n/9 + 3)3^{n-1}$

**E:** $x_n = (n/3 + 1)3^n$

**Oppgave 16.** Differensligningen

$$x_{n+1} - x_n/(n + 1) = 0, \; n \geq 0$$

med startverdi $x_0 = 1$ har løsningen

**A:** $x_n = 1/(n + 1)$

**B:** $x_n = 1/n$

**C:** $x_n = 1/n!$

**D:** $x_n = 1/(n + 1)!$

**E:** $x_n = 1/(n + 1) + n/(n + 2)$

**Oppgave 17.** Vi har gitt en differensligning med tilhørende startverdier,

$$x_{n+2} - 2x_{n+1} + 4x_n = 2, \quad n \geq 0, \quad x_0 = 2/3, \; x_1 = 1.$$

Hva er løsningen?

**A:** $x_n = 2/3 + n/3$

**B:** $x_n = 2/3 + 2\sin(n\pi/3)/\sqrt{3}$

**C:** $x_n = 2\cos(n\pi/3)/3 + 1/2$

**D:** $x_n = 2\cos(n\pi/3)/3 + \sin(n\pi/3)$

**E:** $x_n = 2/3 + 2^n \sin(n\pi/3)/(3\sqrt{3})$

*(Fortsettes på side 5.)*

**Oppgave 18.** Vi har differensligningen

$$x_{n+2} - \frac{7}{3}x_{n+1} + \frac{2}{3}x_n = 0, \quad n \geq 0, \quad x_0 = 1, x_1 = 1/3$$

og simulerer denne med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store $n$ vil da den beregnede løsningen $\bar{x}_n$ gi som resultat

**A:** $1/3^n$ og så underflow (0)

**B:** $C2^n$ og så overflow. Her er $C$ en passende konstant

**C:** $1/3^n$

**D:** 2

**E:** 1

**Oppgave 19.** Vi har differensligningen

$$x_{n+2} - \frac{4}{3}x_{n+1} + \frac{1}{3}x_n = 1, \quad n \geq 0, \quad x_0 = -3/2, x_1 = -1$$

og simulerer denne med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store $n$ vil da den beregnede løsningen $\bar{x}_n$ gi som resultat

**A:** $\bar{x}_n = 0$

**B:** $\bar{x}_n = 3n/2$ og deretter overflow

**C:** $\bar{x}_n = 3^n$ og deretter overflow

**D:** $\bar{x}_n = 3^{1-n}/2 + 3n/2 - 3$

**E:** $\bar{x}_n = 3^{1-n}/2$ og deretter underflow

**Oppgave 20.** Vi har differensligningen

$$x_{n+2} - x_{n+1} - x_n = 0, \quad \text{for } n \geq 1, \quad x_0 = x_1 = 2.$$

For hvert naturlig tall $n$ lar vi $P_n$ betegne påstanden

$$P_n : \ x_n \text{ er et partall}$$

For å bevise dette vil vi bruke induksjonsbevis. Hvilken framgangsmåte er riktig?

**A:** Vi sjekker om $P_0$ er riktig og viser deretter at om $P_n$ holder for $n = k$ så vil den også holde for $n = k + 1$

**B:** Vi sjekker om $P_0$ og $P_1$ er riktige og viser deretter at om $P_n$ holder for $n = k$ så vil den også holde for $n = k + 1$

**C:** Vi sjekker om $P_0$ og $P_1$ er riktige og viser deretter at om $P_n$ holder for $n = k - 1$ og $n = k$ så vil den også holde for $n = k + 1$

**D:** Vi sjekker om $P_0$, $P_1$ og $P_3$ er riktige og viser deretter at om $P_n$ holder for $n = k - 2$, $n = k - 1$ og $n = k$ så vil den også holde for $n = k + 1$

**E:** Påstanden kan ikke bevises ved induksjon

*Det var det!*