# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i: MAT-INF 1100 — Modellering og beregninger.

Eksamensdag: Onsdag 12. oktober 2016.

Tid for eksamen: 15:00 – 17:00.

Oppgavesettet er på 6 sider.

Vedlegg: Formelark.

Tillatte hjelpemidler: Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Svarene føres på eget svarark.

De 10 første oppgavene teller 2 poeng hver, de siste 10 teller 3 poeng hver. Den totale poengsummen er altså 50. Det er 5 svaralternativer for hvert spørsmål, men det er bare ett av disse som er riktig. Dersom du svarer feil eller lar være å krysse av på et spørsmål, får du null poeng. Du blir altså ikke “straffet” med minuspoeng for å svare feil. *Lykke til!*

**NB. Husk å sjekke at du har ført inn svarene riktig på svararket!**

### Oppgaveark

**Oppgave 1.** Det desimale tallet 219 representeres i totallssystemet som

**A:** $1101\ 0111_2$

**B:** $1010\ 1011_2$

**C:** $1101\ 1010_2$

**D:** $1110\ 0111_2$

**E:** $1101\ 1011_2$

**Oppgave 2.** I 16-tallsystemet blir det binære tallet $110\ 1110.01011_2$ skrevet som

**A:** $6e.58_{16}$

**B:** $7f.68_{16}$

**C:** $5e.66_{16}$

**D:** $6e.56_{16}$

**E:** $6e.78_{16}$

*(Fortsettes på side 2.)*

**Oppgave 3.** Tallet $401_5$ i 5-tallsystemet representerer det desimale tallet

**A:** 41

**B:** 51

**C:** 111

**D:** 101

**E:** 91

**Oppgave 4.** Det rasjonale tallet 5/6 kan skrives i 2-tallsystemet som

**A:** $0.1111\,0011\,0011\cdots_2$ der sifrene 0011 gjentas uendelig mange ganger

**B:** $0.1101\,0011\,0011\cdots_2$ der sifrene 0011 gjentas uendelig mange ganger

**C:** $0.1101\,0101\,0101\cdots_2$ der sifrene 0101 gjentas uendelig mange ganger

**D:** $0.1111\,1011\,1011\cdots_2$ der sifrene 1011 gjentas uendelig mange ganger

**E:** $0.1111\,0101_2$

**Oppgave 5.** Tallet $3313_4$ i 4-tallsystemet skrives i 2-tallsystemet som

**A:** $1111\,0111_2$

**B:** $1101\,0011_2$

**C:** $1111\,1011_2$

**D:** $1111\,0011_2$

**E:** $1101\,0111_2$

**Oppgave 6.** Kun ett av følgende utsagn er sant, hvilket?

**A:** Tallet 3/11 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 165-tallsystemet

**B:** Det rasjonale tallet 7/10 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 6-tallsystemet

**C:** Det rasjonale tallet 3/7 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 16-tallsystemet

**D:** I 60-tallsystemet kan alle rasjonale tall med nevner 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 representeres med en endelig sifferutvikling

**E:** Det rasjonale tallet 5/12 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 9-tallsystemet

**Oppgave 7.** Tallet

$$\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - 2\sqrt{2}$$

er

**A:** $-3$

**B:** 1

**C:** 0

**D:** 2

**E:** irrasjonalt

*(Fortsettes på side 3.)*

**Oppgave 8.** Hva er største nedre skranke for mengden

$$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1 \text{ og } 1 < \tan x < 2\}?$$

**A:** 0
**B:** $\pi/2$
**C:** $\pi/4$
**D:** $\pi/6$
**E:** 1

**Oppgave 9.** Multiplikasjonen $11_6 \cdot 13_6$ (der begge tallene er representert i 6-tallsystemet) gir som resultat

**A:** $131_6$
**B:** $141_6$
**C:** $143_6$
**D:** $133_6$
**E:** $123_6$

**Oppgave 10.** For hvilken verdi av $\beta > 3$ har vi $2_\beta \cdot 23_\beta = 101_\beta$ (der alle tallene er representert i $\beta$-tallsystemet)?

**A:** $\beta = 4$
**B:** $\beta = 5$
**C:** $\beta = 6$
**D:** $\beta = 7$
**E:** $\beta = 8$

**Oppgave 11.** Vi tilnærmer et tall $a$ med et tall $\tilde{a}$ og den relative feilen blir 0.000047. Omtrent hvor mange sifre vil i så fall $a$ og $\tilde{a}$ ha felles?

**A:** 1
**B:** 3
**C:** 5
**D:** 7
**E:** Ingen

**Oppgave 12.** Hvilket av følgende uttrykk vil gi stor relativ feil om det evalueres for flyttall med liten absoluttverdi?

**A:** $x + x^3$
**B:** $1 - 1/(1 + x)$
**C:** $x + \sin x$
**D:** $x^4 - x^2$
**E:** $\sqrt{x^2 + 2} + x^4$

*(Fortsettes på side 4.)*

**Oppgave 13.** Hvilken av følgende differensligninger er lineær, inhomogen og av tredje orden?

**A:** $x_{n+1} + 2x_n = 3$

**B:** $x_{n+2} + x_{n+1}x_n x_{n+3} = 1$

**C:** $x_{n+4} + x_{n+2} + 3x_{n+1} - nx_n = \cos n$

**D:** $x_{n+3} + nx_{n+1} - x_n = 4$

**E:** $x_{n+2} + 4x_{n+1} - x_n = 0$

**Oppgave 14.** Differensligningen

$$x_{n+1} - x_n = 2^n, \ n \geq 0$$

med startverdi $x_0 = 1$ har løsningen

**A:** $x_n = n + 1$

**B:** $x_n = 2^n$

**C:** $x_n = (n+1)2^n$

**D:** $x_n = (n^2+1)2^n$

**E:** $x_n = 1/(n+1)$

**Oppgave 15.** For hvilken verdi av $a$ har ligningen

$$x_{n+1} - 2x_n = -n, \quad n \geq 0$$

med startverdi $x_0 = a$ løsningen $x_n = n + 1$?

**A:** $a = 1/2$

**B:** $a = -2$

**C:** $a = -1$

**D:** $a = 0$

**E:** $a = 1$

**Oppgave 16.** Differensligningen

$$x_{n+2} + 2x_{n+1} - 3x_n = 0, \quad n \geq 0, \quad x_0 = 0, \ x_1 = 4$$

har løsningen

**A:** $x_n = 4(n+1)$

**B:** $x_n = 1 - (-3)^n$

**C:** $x_n = 4n$

**D:** $x_n = n2^{n+1}$

**E:** $x_n = 8n/(n+1)$

*(Fortsettes på side 5.)*

**Oppgave 17.** En partikulærløsning av ligningen

$$x_{n+2} - 4x_{n+1} + 3x_n = -2$$

er

**A:** $x_n = n^2$

**B:** $x_n = n$

**C:** $x_n = -2$

**D:** $x_n = -1$

**E:** $x_n = 0$

**Oppgave 18.** Vi har differensligningen

$$5x_{n+2} - 11x_{n+1} + 2x_n = 0, \quad n \geq 0, \quad x_0 = 1, x_1 = 1/5$$

og simulerer denne med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store $n$ vil da den beregnede løsningen $\bar{x}_n$ gi som resultat

**A:** $1/5^n$ og så underflow (0)

**B:** $C2^n$ og så overflow. Her er $C$ en passende konstant

**C:** $1/5^n$

**D:** 2

**E:** 1

**Oppgave 19.** Vi har differensligningen

$$x_{n+2} - \frac{5}{6}x_{n+1} + \frac{1}{6}x_n = 1/3, \quad n \geq 0, \quad x_0 = 3, x_1 = 11/6$$

og simulerer denne med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store $n$ vil da den beregnede løsningen $\bar{x}_n$ gi som resultat

**A:** $\bar{x}_n = 0$

**B:** $\bar{x}_n = 2^n$ og deretter overflow

**C:** $\bar{x}_n = 1$

**D:** $\bar{x}_n = 1 + 2^{-n} + 3^{-n}$

**E:** $\bar{x}_n = 1 + 2^{-n} + 3^{-n}$ og deretter underflow

**Oppgave 20.** For hvert naturlige tall $n$ lar vi $P_n$ betegne påstanden

$$P_n : \; 11^n - 6 \text{ er delelig med } 5.$$

Et induksjonsbevis for at $P_n$ er sann for alle naturlige tall kan være som følger:

1. Vi ser lett at $P_1$ er sann.
2. Anta nå at vi har bevist at $P_1, \ldots, P_k$ er sanne. For å fullføre induksjonsbeviset, må vi vise at da er også $P_{k+1}$ sann. Siden $P_k$ er sann vet vi at $11^k = 5m + 6$ for et passende naturlig tall $m$. Vi ser da at

$$\begin{aligned} 11^{k+1} - 6 &= 11 \cdot 11^k - 6 \\ &= 11(5m+6) - 6 \\ &= 55m + 60 \\ &= 5(11m + 12) \end{aligned}$$

*(Fortsettes på side 6.)*

Altså er også $11^{k+1} - 6$ delelig med 5 så $P_{k+1}$ er sann om $P_k$ er sann. Dermed er påstanden $P_n$ sann for alle naturlige tall $n$.

Hvilket av følgende utsagn er sant?

**A:** Påstanden $P_n$ er sann for $n \geq 1$, men del 2 av induksjonsbeviset er feil

**B:** Påstanden $P_n$ er ikke sann for alle $n \geq 1$, og del 2 av induksjonsbeviset er feil

**C:** Påstanden $P_n$ er ikke sann for alle $n \geq 1$, og del 1 av induksjonsbeviset er feil

**D:** Påstanden $P_n$ er riktig for alle $n \geq 1$ og induksjonsbeviset er riktig

**E:** Beviset er riktig, men det er ikke noe induksjonsbevis

*Det var det!*