i Forside

MAT-INF 1100 — Modellering og beregninger

Mandag 9. oktober 2017 kl 1430-1630

Vedlegg (deles ut): formelark

Tillatte hjelpemidler: ingen

De 10 første oppgavene teller 2 poeng hver, de 10 siste teller 3 poeng hver. Den totale poengsummen er altså 50. Det er 5 svaralternativer for hvert spørsmål, men det er bare ett av disse som er riktig. Dersom du svarer feil eller lar være å krysse av på et spørsmål, får du null poeng. Du blir altså ikke «straffet» med minuspoeng for å svare feil.

I en av oppgavene kan du få bruk for binomialteoremet, som sier at

$$(a+b)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} a^i b^{n-i}, \qquad a, b \in \mathbb{R}$$

der

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

Lykke til!

1 Oppgave 1

Det desimale tallet 237 representeres i totallssystemet som

Velg ett alternativ

- $1110\ 1101_2$
- $1110\ 1011_2$
- $1101\ 0111_2$
- $1101\ 1101_2$
- $1110\ 1001_2$

Maks poeng: 2

2 Oppgave 2

I 16-tallsystemet blir det binære tallet $10\ 1110.1101\ 01_2$ skrevet som
Velg ett alternativ

- $2d.d4_{16}$
- $2e.c1_{16}$
- $2e.d1_{16}$
- $2f.d1_{16}$
- $2e.d4_{16}$

Maks poeng: 2

3 Oppgave 3

Tallet 11202_3 i 3-tallsystemet representerer det desimale tallet
Velg ett alternativ

- 125
- 132
- 128
- 122
- 131

Maks poeng: 2

4 Oppgave 4

Om vi multipliserer ut parentesene i uttrykket $(2+a)^{20}$ blir koeffisienten foran a^{18}
Velg ett alternativ

- 760
- 40
- 4
- 190
- 380

Maks poeng: 2

5 Oppgave 5

Tallet 0.1011_2 i 2-tallsystemet er i 4-tallsystemet
Velg ett alternativ

- 0.2022_4
- 0.23_4
- 0.05055_4
- 0.101_4
- 0.13_4

Maks poeng: 2

6
Oppgave 6

Multiplikasjonen $12_7 \cdot 0.121_7$ (der begge tall er representert i 7-tallsystemet) gir som resultat
Velg ett alternativ

- 1.242_7
- 1.342_7
- 1.442_7
- 1.652_7
- 1.452_7

Maks poeng: 2

7
Oppgave 7

Hvilket av følgende utsagn er **ikke** sant?
Velg ett alternativ

- Tallet 1/3 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 15-tallsystemet
- Tallet 1/6 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 16-tallsystemet
- Tallet 5/9 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 6-tallsystemet
- Tallet 1/5 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 15-tallsystemet
- Tallet 1/8 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 14-tallsystemet

---

Maks poeng: 2

8
Oppgave 8

Tallet $\frac{1-\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{1-\sqrt{3}}$ er
Velg ett alternativ

- Et rasjonalt, men ikke naturlig, tall
- 6
- Irrasjonalt
- 5
- 1

Maks poeng: 2

9
Oppgave 9

Hva er minste øvre skranke for mengden $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0 \text{ og } 0 < x^2 - 2x < 1\}$?
Velg ett alternativ

- $1 - \sqrt{2}$
- 0
- $1 + \sqrt{2}$
- 1
- 2

Maks poeng: 2

10 Oppgave 10

For hvilken verdi av β er ligningen $7_\beta + 8_\beta = 13_\beta$ riktig (alle tallene er representert i β-tallsystemet)?

Velg ett alternativ

- 10
- 12
- 11
- 13
- 14

Maks poeng: 2

11 Oppgave 11

Vi tilnærmer et tall *a* med et tall *b* og den relative feilen blir 0.0002. Omtrent hvor mange sifre vil i så fall *a* og *b* ha felles?

Velg ett alternativ

- Det kan vi ikke vite noe om
- 6
- 4
- 8
- 2

Maks poeng: 2

12
Oppgave 12

Hvilket av følgende uttrykk vil gi stor relativ feil om det evalueres for svært store positive flyttall (vi antar at vi ikke får overflow)?

Velg ett alternativ

- $x + \sin x$
- $\sqrt{x^2 + x} - x$
- $x^2 + x$
- $x^4 - x^2$
- $x - e^x$

Maks poeng: 3

13
Oppgave 13

Hvilken av følgende differensligninger er ikke-lineær og av tredje orden?

Velg ett alternativ

- $x_{n+3} + n^2 x_{n+1} x_n = 3$
- $x_{n+1} + 2x_n^2 = 3$
- $x_{n+2} + 4x_{n+1} - x_n = 0$
- $x_{n+3} + x_{n+2} + 8x_{n+1} - n x_n = n$
- $x_{n+2} + x_{n+1} x_n = 1$

Maks poeng: 3

14 Oppgave 14

Differensligningen

$$x_{n+1} - x_n = 2, \quad n \geq 2$$

med startverdi $x_0 = 2$ har løsningen

Velg ett alternativ

- $(n+2)2^n$
- $2(n+1)$
- $2/(n+1)$
- $(n+1)2^{n+1}$
- 2^{n+1}

Maks poeng: 3

15 Oppgave 15

Hvilken verdi av a gir løsning av ligningen

$$x_{n+1} - 3x_n = a, \; n \geq 0$$

med startverdi x_0 = 1, som er begrenset for alle verdier av n?

Velg ett alternativ

- a=3
- a=-2
- a=1
- a=0
- a=-1

Maks poeng: 3

16 # Oppgave 16

Differensligningen

$$x_{n+2} - 3x_{n+1} - 4x_n = 0, \; n \geq 0$$

med startverdier x_0=2 og x_1=3 har løsningen

Velg ett alternativ

- $4^n + 2n$
- $2(-1)^n + 5$
- $n + 2$
- $4^n + (-1)^n$
- $2 \cdot 4^n + n$

Maks poeng: 3

17 # Oppgave 17

Når n går mot uendelig vil løsningen av ligningen

$$6x_{n+2} - 5x_{n+1} + x_n = 1, \; n \geq 0$$

nærme seg (vi regner ikke med avrundingsfeil)

Velg ett alternativ

- -1/2
- 1/2
- -1
- 0
- 1

Maks poeng: 3

18
Oppgave 18

Vi har differensligningen

$$7x_{n+2} - 22x_{n+1} + 3x_n = 0,\ n \geq 0$$

med startverdier x_0=7 og x_1=1, og simulerer denne med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store n vil da den beregnede løsningen x_n gi som resultat

Velg ett alternativ

- 7^{1-n}
- 7^{1-n} og deretter underflow (0)
- 1
- 1/7
- $C3^n$ og så overflow, for en passende konstant C ulik 0

Maks poeng: 3

19
Oppgave 19

Vi har differensligningen

$$15x_{n+2} - 8x_{n+1} + x_n = 0,\ n \geq 0$$

med startverdier x_0=1 og x_1=1/5 og simulerer denne med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store n vil da den beregnede løsningen x_n gi som resultat

Velg ett alternativ

- $C/3^n$ og deretter 0 for en liten konstant C
- 1
- overflow
- 1/5
- $1/5^n$ og deretter 0

Maks poeng: 3

20

Oppgave 20

For hvert naturlige tall n lar vi P_n betegne påstanden

$$P_n : n! \leq 2^n.$$

Et induksjonsbevis for at P_n er sann for alle naturlige tall n kan være som følger:

1. Vi ser lett at P_1 er sann.
2. Anta nå at vi har bevist at P_1, ..., P_k er sanne. For å fullføre induksjonsbeviset, må vi vise at da er også P_{k+1} sann. Siden P_k er sann vet vi at $k! \leq 2^k$. Vi ser da at

$$(k+1)! = (k+1)k! \leq (k+1)2^k \leq 2^{k+1}$$

Altså er P_{k+1} sann om P_k er sann. Dermed er påstanden P_n sann for alle naturlige tall n.

Hvilket av følgende utsagn er sant?

Velg ett alternativ

- Påstanden P_n er ikke sann for alle n ≥ 1, og del 2 av induksjonsbeviset er feil
- Påstanden P_n er sann for alle n ≥ 1, og induksjonsbeviset er riktig
- Beviset er riktig, men det er ikke noe induksjonsbevis
- Påstanden P_n er sann for n ≥ 1, men del 2 av induksjonsbeviset er feil
- Påstanden P_n er ikke sann for alle n ≥ 1, og del 1 av induksjonsbeviset er feil

---

Maks poeng: 3