

i Forside

MAT-INF 1100 — Modellering og beregninger

Fredag 15. oktober 2021

kl. 15:00-17:00 (2 timer)

Vedlegg: Formelsamling (lenke ligger under linjen med oppgavenumre).

Alle hjelpemidler er tillatt (bøker, notater, kalkulator, dataprogrammer osv.), men du har ikke lov til å kommunisere med andre under eksamen (dette inkluderer å stille og besvare spørsmål på nettsider).

De 10 første oppgavene teller 2 poeng hver, de 10 siste teller 3 poeng hver. Den totale poengsummen er altså 50. Det er 5 svaralternativer for hvert spørsmål, men det er bare ett av disse som er riktig. Dersom du svarer feil eller lar være å krysse av på et spørsmål, får du null poeng. Du blir altså ikke «straffet» med minuspoeng for å svare feil.

Brukerstøtte for hjemmeeksamen/midtveiseeksamen

Skulle du oppleve tekniske problemer må du umiddelbart, og før eksamenstidens slutt, ta kontakt med [brukerstøtte](#).

Lykke til!

1 Oppgave 1

Det binære tallet **1101101** er det samme som det desimale tallet

Velg ett alternativ

- 105
- 109
- 110
- 107
- 111

Maks poeng: 2

2 Oppgave 2

Skrevet i totallsystemet blir det heksadesimale tallet $ae71_{16}$

Velg ett alternativ

- 1010 0110 0111 0101
- 1010 1110 0011 0001
- 1010 1110 0001 0001
- 1010 1110 0111 0001
- 1000 1110 0111 0001

Maks poeng: 2

3 Oppgave 3

På oktal form blir det binære tallet 1011.101

Velg ett alternativ

- 12.5_8
- 13.5_8
- 14.5_8
- 13.7_8
- 15.15_8

Maks poeng: 2

4 Oppgave 4

Tallet

$$\frac{\sqrt{24}(\sqrt{\pi} + \sqrt{2 \arcsin(1)})}{\sqrt{6\pi}}$$

er

Velg ett alternativ

- 1
- 0
- et irrasjonalt tall
- 1
- 4

Maks poeng: 2

5 Oppgave 5

Vi har at $1020_{\beta} = 228$ for

Velg ett alternativ

- $\beta = 4$
- $\beta = 6$
- $\beta = 3$
- $\beta = 5$
- $\beta = 7$

Maks poeng: 2

6 Oppgave 6

$1/3$ vil i totallsystemet representeres med sifferutviklingen

Velg ett alternativ

- 0.010101... der 01 repeteres i det uendelige
- 0.011111..., der 1 repeteres i det uendelige
- 0.101010... der 10 repeteres i det uendelige
- 0.0110110... der 110 repeteres i det uendelige
- 0.001010... der 10 repeteres i det uendelige

Maks poeng: 2

7 Oppgave 7

Hva er minste øvre skranke for mengden

$\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0 \text{ og } (\ln x)^2 < 4\}$?

Velg ett alternativ

- 4
- e^{-2}
- e
- e^4
- e^2

Maks poeng: 2

8 Oppgave 8

Hvilket av følgende utsagn er sant?

Velg ett alternativ

- Det fins et reelt tall som er større enn alle heltall
- Det er et endelig antall 64-bits flyttall
- Avrundingsfeil skaper aldri problemer på en kalkulator
- Ethvert reelt tall kan tilnærmes vilkårlig godt med en følge av naturlige tall
- Det fins et endelig antall irrasjonale tall

Maks poeng: 2

9 Oppgave 9

Uttrykket $(2 - x)^6$ kan også skrives som $\sum_{k=0}^6 b_k x^k$ hvor hver av b_k 'ene er heltall. Hvilket heltall er b_4 ? Du kan få bruk for at binomialkoeffisientene er gitt ved: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Velg ett alternativ

- $b_4 = 4$
- $b_4 = 15$
- $b_4 = -4$
- $b_4 = -15$
- $b_4 = 60$

Maks poeng: 2

10 Oppgave 10

Anta at vi har en datamaskin som representerer tall på normalform i 10-tallsystemet, med 4 siffer for signifikanden og 1 siffer for eksponenten. Addisjonen $0.1342 + 99.88$ vil på en slik maskin gi resultatet

Velg ett alternativ

- 99.99
- 100.01
- 100.0
- 100.0142
- 100.1

Maks poeng: 2

11 Oppgave 11

Vi skal se på tallet $0.1010\ 1010\ 10$ i totalssystemet. Hvis vi trunkerer dette tallet til 5 binære siffer (etter punktum) blir den absolutte feilen

Velg ett alternativ

- $7/1024$
- $5/1024$
- $5/256$
- $3/1024$
- $5/512$

Maks poeng: 3

12 Oppgave 12

Hvilket av følgende uttrykk vil gi stor relativ feil om det evalueres for store, positive flyttall?

Velg ett alternativ

- $\ln(x + 1) - \ln x$
- $x^5 - x^3$
- $\ln(3x) - \ln(2x)$
- $e^{3x} - e^{2x}$
- $\sqrt{x^2 + x} + x$

Maks poeng: 3

13 Oppgave 13

Hvilket av følgende uttrykk vil kunne gi stor relativ feil for minst en verdi av x når det beregnes på datamaskin ved hjelp av flyttall?

Velg ett alternativ

- $-3 + \sin x$
- $x^2 - 2$
- $2 + \cos x$
- $x^4 + \pi$
- $2 + x^2$

Maks poeng: 3

14 Oppgave 14

Hvilken av de følgende differensligningene er lineær?

Velg ett alternativ

- $x_{n+2} + 4x_{n+1} + (-1)^n x_{n+1} x_n = \sin(2^n)$
- $x_{n+2} - (\ln n)x_{n+1} + x_n = 0$
- $x_{n+1} + n/x_n = 1$
- $x_{n+1} = n^2 \sin x_n$
- $x_{n+2} - 4x_{n+1} + x_n^2 = 0$

Maks poeng: 3

15 Oppgave 15

Differensligningen

$$x_{n+1} - x_n = 3$$

har en partikulærløsning

Velg ett alternativ

- $x_n = 3$
- $x_n = 3n$
- $x_n = 3^n$
- $x_n = n + 1$
- $x_n = 3n^2$

Maks poeng: 3

16 Oppgave 16

En annenordens, homogen, differensligning med konstante koeffisienter har den generelle løsningen

$$x_n = C3^n + D2^{-n}.$$

Hva kan ligningen da være?

Velg ett alternativ

- $2x_{n+2} - 7x_{n+1} - 3x_n = 0$
- $2x_{n+2} - 7x_{n+1} + 3x_n = 0$
- $2x_{n+2} + 7x_{n+1} + 3x_n = 0$
- $2x_{n+2} + 7x_{n+1} - 3x_n = 0$
- $2x_{n+2} + 5x_{n+1} - 3x_n = 0$

Maks poeng: 3

17 Oppgave 17

Vi har gitt en differensligning med tilhørende startverdi,

$$x_{n+2} - 4x_{n+1} + 4x_n = 3^n, \quad n \geq 0, \quad x_0 = 1, \quad x_1 = 0.$$

Hva er løsningen?

Velg ett alternativ

- $x_n = 3^n$
- $x_n = 3^{n+1} - 2^{n+1}$
- $x_n = 1 - n$
- $x_n = (n + 2)3^n - (n + 1)2^n$
- $x_n = 3^n - 3n2^{n-1}$

Maks poeng: 3

18 Oppgave 18

Vi har differensligningen

$$x_{n+1} - 3x_n = 1 \quad n \geq 1, \quad x_1 = 1$$

og løser denne numerisk med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store n vil da den beregnede løsningen \bar{x}_n gi som resultat

Velg ett alternativ

- n
- overflow
- 0
- 2
- $-1/6$

Maks poeng: 3

19 Oppgave 19

Vi har differensligningen

$$9x_{n+2} - 3x_{n+1} - 2x_n = 0, \quad x_0 = 1, \quad x_1 = -1/3$$

og løser denne numerisk med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store n vil da den beregnede løsningen \bar{x}_n gi som resultat

Velg ett alternativ

- 0
- 1
- 3^n
- $1/2$
- overflow

Maks poeng: 3

20 Oppgave 20

Differensligningen

$$x_n = x_{n-1} + x_{n-2}^2, \text{ der } x_0 = 0 \text{ og } x_1 = 1,$$

er gitt. Vi har tro på at følgende påstand er sann:

P_n : For alle heltall $n \geq 0$ gjelder det at x_{3n} er et partall mens x_{3n+1} og x_{3n+2} begge er oddetall. Vi forsøker å vise dette ved induksjon:

1. For $n = 0$ ser vi at $x_{3n} = x_0 = 0$ som er et partall, mens $x_{3n+1} = x_1 = 1$ som er et oddetall. Vi har dessuten at $x_{3n+2} = x_2 = x_1 + x_0^2 = 1$ også er et oddetall, så P_n er sann for $n = 0$.
2. Anta at vi har vist at P_n er sann for $n = 0, \dots, k-1$, vi må vise at da er også P_k sann. Vi har $x_{3k} = x_{3k-1} + x_{3k-2}^2$, og fra induksjonshypotesen vet vi at x_{3k-2} og x_{3k-1} begge er oddetall. Da er også x_{3k-2}^2 et oddetall, og siden summen av to oddetall er et partall er x_{3k} et partall. På samme måte har vi $x_{3k+1} = x_{3k} + x_{3k-1}^2$. Vi vet nå at x_{3k} er et partall mens x_{3k-1}^2 er et oddetall. Dermed er x_{3k+1} et oddetall. Til slutt må vi sjekke x_{3k+2} . Vi har $x_{3k+2} = x_{3k+1} + x_{3k}^2$, og ut fra hva vi nettopp har vist er x_{3k+1} et oddetall mens x_{3k} er et partall. Da er også x_{3k}^2 et partall så x_{3k+2} er summen av et partall og et oddetall og dermed et oddetall.

På bakgrunn av dette kan vi konkludere med at påstanden P_n er sann for alle $n \geq 0$.

Hvilket av følgende utsagn er sant?

Velg ett alternativ

- Påstanden P_n er sann for alle $n \geq 0$, men del 2 av induksjonsbeviset er feil
- Påstanden P_n er sann for alle $n \geq 0$, men del 1 av induksjonsbeviset er feil
- Påstanden P_n er sann for alle $n \geq 0$, og induksjonsbeviset er riktig
- Påstanden P_n er ikke sann for alle $n \geq 0$, men induksjonsbeviset er riktig
- Beviset er riktig, men det er ikke noe induksjonsbevis

Maks poeng: 3