

# UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i MAT-INF 1100 — Modellering og beregninger.  
Eksamensdag: Fredag 14. oktober 2022 1500-1700.  
Tid for eksamen: 15:00 – 17:00.  
Oppgavesettet er på 5 sider.  
Vedlegg: Formelark  
Tillatte hjelpemidler: Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Svarene føres i inspera.

De 10 første oppgavene teller 2 poeng hver, de siste 10 teller 3 poeng hver. Den totale poengsummen er altså 50. Det er 5 svaralternativer for hvert spørsmål, men det er bare ett av disse som er riktig. Dersom du svarer feil eller lar være å krysse av på et spørsmål, får du null poeng. Du blir altså ikke "straffet" med minuspoeng for å svare feil. *Lykke til!*

**NB. Husk å sjekke at du har ført inn svarene riktig på svararket!**

## Oppgaveark

### Oppgave 1.

Det binære tallet  $10100111_2$  er det samme som det desimale tallet

- A: 223
- B: 17
- C: 178
- D: 167
- E: 215

### Oppgave 2.

Skrevet i totallsystemet blir det heksadesimale tallet  $9e6_{16}$

- A:  $0111\ 0001_2$
- B:  $1010\ 0111_2$
- C:  $1001\ 1110\ 0110_2$
- D:  $1110\ 0111\ 0110_2$
- E:  $1100\ 1111\ 0011\ 0001_2$

(Fortsettes på side 2.)

**Oppgave 3.** På oktal form blir det binære tallet  $11.1001_2$

**A:**  $5.12_8$

**B:**  $1.65_8$

**C:**  $7.11_8$

**D:**  $3.4_8$

**E:**  $3.44_8$

**Oppgave 4.** Tallet  $\tan(\arccos(\sin(\pi/4)))$  er

**A:** 1

**B:** 3.13

**C:**  $-1$

**D:** et irrasjonalt tall

**E:** 0

**Oppgave 5.** Hvilket av følgende utsagn er sant?

**A:** Alle rasjonale tall representeres eksakt med 64 bits flyttall

**B:** Alle irrasjonale tall representeres eksakt med 64 bits flyttall

**C:** Det minste 64 bits flyttallet er større enn 0

**D:** Det største 64 bits flyttallet er større enn  $2^{64}$

**E:** Addisjon av to små flyttall kan lede til overflow

**Oppgave 6.** Tallet  $x = 1/2 + 1/16 + 1/512$  vil i det binære tallsystemet representeres med sifferutviklingen

**A:**  $0.111\cdots_2$  der 1 repeteres i det uendelige

**B:**  $0.1001010\cdots_2$  der 10 repeteres i det uendelige

**C:**  $0.010010001_2$

**D:**  $0.100100001_2$

**E:**  $0.0110110\cdots_2$  der 110 repeteres i det uendelige

**Oppgave 7.**  $1/3$  vil på oktal form bli

**A:**  $0.2525\cdots_8$ , der 25 repeteres i det uendelige

**B:**  $0.25_8$

**C:**  $0.2424\cdots_8$ , der 24 repeteres i det uendelige

**D:**  $0.3333\cdots_8$ , der 3 repeteres i det uendelige

**E:**  $0.33_8$

**Oppgave 8.** La  $\beta$  være et helt tall slik at  $\beta \geq 4$ . Hvis  $321_\beta = 86$ , så må

**A:**  $\beta = 4$

**B:**  $\beta = 5$

**C:**  $\beta = 6$

**D:**  $\beta = 7$

**E:**  $\beta = 8$

(Fortsettes på side 3.)

**Oppgave 9.** Hva er største nedre skranke for mengden

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x > 1 \text{ og } x^{2x} > 16\}?$$

**A:** 1

**B:**  $\sqrt{2}$

**C:** 2

**D:** 3

**E:**  $\pi$

**Oppgave 10.** Uttrykket  $(2x + 3)^5$  kan også skrives som  $\sum_{k=0}^5 b_k x^k$  hvor hver av  $b_k$ 'ene er heltall. Hvilket heltall er  $b_3$ ? Du kan få bruk for at binomialkoeffisientene er gitt ved:  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

**A:**  $b_3 = 90$

**B:**  $b_3 = 80$

**C:**  $b_3 = 120$

**D:**  $b_3 = 10$

**E:**  $b_3 = 720$

**Oppgave 11.** Addisjonen  $abc_{16} + 234_{16}$  gir

**A:**  $def_{16}$

**B:**  $cab_{16}$

**C:**  $cf0_{16}$

**D:**  $cc1_{16}$

**E:**  $abb_{16}$

**Oppgave 12.** Anta at vi har en datamaskin som representerer tall på normalform i 10-tallsystemet, med 4 siffer for signifikanden og 1 siffer for eksponenten. Addisjonen  $2.923 + 87.23$  vil på en slik maskin gi resultatet

**A:** 90.0

**B:** 90.1

**C:** 90.15

**D:** 90.153

**E:** 90.2

**Oppgave 13.** Hvilket av følgende uttrykk vil gi stor relativ feil om det evalueres for svært store positive flyttall?

**A:**  $\sqrt{x+1} + \sqrt{x}$

**B:**  $\sqrt{2x} - \sqrt{x}$

**C:**  $\cos^4 x + \sin^4 x$

**D:**  $x^5 + x^2$

**E:**  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

(Fortsettes på side 4.)

**Oppgave 14.** Hvilken av de følgende differensligningene er lineær og inhomogen?

**A:**  $x_{n+2} + 6x_{n+1} + x_n^2 = e^{2n}$

**B:**  $x_{n+1} - n^3 \sqrt{x_n} = n^2$

**C:**  $x_{n+2} - 8x_{n+1}x_n = n$

**D:**  $x_{n+2} - 4x_{n+1} + x_n = 0$

**E:**  $x_{n+1} + n^2 x_n = 1$

**Oppgave 15.** Differensligningen

$$x_{n+1} - 2x_n = n$$

har en partikulærløsning

**A:**  $x_n = 2n$

**B:**  $x_n = 2^n$

**C:**  $x_n = n + 1$

**D:**  $x_n = n$

**E:**  $x_n = -n - 1$

**Oppgave 16.** En annenordens lineær og homogen differensligning med konstante koeffisienter har den generelle løsningen

$$x_n = C + D3^{-n}.$$

Hva kan da ligningen være?

**A:**  $3x_{n+2} - 2x_{n+1} - x_n = 0$

**B:**  $x_{n+2} - 4x_{n+1} + 3x_n = 0$

**C:**  $x_{n+2} - 8x_{n+1} - 4x_n = 0$

**D:**  $3x_{n+2} - 4x_{n+1} + x_n = 0$

**E:**  $3x_{n+2} + 4x_{n+1} + x_n = 0$

**Oppgave 17.** Vi har gitt en differensligning med tilhørende startverdier,

$$x_{n+2} - 5x_{n+1} + 6x_n = 2n + 1, \quad n \geq 0, \quad x_0 = 3, \quad x_1 = 6.$$

Hva er løsningen?

**A:**  $x_n = n + 3^n$

**B:**  $x_n = -3n + 3 \cdot 3^n$

**C:**  $x_n = 3 \cdot 2^n$

**D:**  $x_n = n + 3 + 2^n$

**E:**  $x_n = n + 2 + 3^n$

(Fortsettes på side 5.)

**Oppgave 18.** Vi har differensligningen

$$x_{n+1} + 3x_n = 4, \quad n \geq 1, \quad x_0 = 2$$

og løser denne numerisk med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store  $n$  vil da den beregnede løsningen  $\bar{x}_n$  gi som resultat

- A:**  $-3$
- B:**  $0$
- C:**  $1 + (-3)^n$
- D:**  $1$
- E:** overflow

**Oppgave 19.** Vi har differensligningen

$$8x_{n+2} - 6x_{n+1} + x_n = 0, \quad x_0 = 2, \quad x_1 = 3/4.$$

og løser denne med 64-bits flyttall på datamaskin. Kall den beregnede løsningen for  $\bar{x}_n$ . Vi har da at

- A:**  $\bar{x}_n = 2^{-n} + 4^{-n}$  for små  $n$ , men  $\bar{x}_n$  vil til slutt gi overflow
- B:**  $\bar{x}_n$  gir avrundingsfeil for alle  $n$
- C:**  $\bar{x}_n = 0$  for alle  $n$
- D:**  $\bar{x}_n = 2^{-n} + 4^{-n}$  for alle  $n$
- E:**  $\bar{x}_n = 2^{-n} + 4^{-n}$  for små  $n$ , men  $\bar{x}_n$  vil til slutt gi avrundingsfeil

**Oppgave 20.** Vi skal se på påstanden

$$P_n : 2^n + 1 \text{ er delelig med } 3,$$

hvor  $n \geq 1$ . Vi forsøker å bruke induksjon til å vise at  $P_n$  er sann for  $n \geq 1$ :

1. For  $n = 1$  får vi  $2^n + 1 = 3$ , som opplagt er delelig med 3. Derfor er  $P_n$  sann for  $n = 1$ .
2. Anta nå at vi har bevist at  $P_n$  er sann for  $n = 1, 2, \dots, k - 1$ , vi må vise at da er også  $P_k$  sann. Vi har at

$$2^k + 1 = (2^k + 2^2) + (1 - 2^2) = 2^2(2^{k-2} + 1) - 3.$$

Ved induksjonsantagelsen er  $2^{k-2} + 1$  delelig med 3 (siden  $P_{k-2}$  er sann). Men da er også  $2^2(2^{k-2} + 1) - 3$  delelig med 3 som en sum av to tall begge delelig med 3. Det følger at  $P_k$  også er sann.

På bakgrunn av dette kan vi konkludere med at påstanden  $P_n$  er sann for alle  $n \geq 1$ .

Hvilket av følgende utsagn er sant?

- A:** Påstanden  $P_n$  er sann for alle  $n \geq 1$ , men del 1 av induksjonsbeviset er feil
- B:** Beviset er riktig, men det er ikke noe induksjonsbevis
- C:** Påstanden  $P_n$  er ikke sann for alle  $n \geq 1$ . Spesielt så er ikke  $P_2$  sann.
- D:** Påstanden  $P_n$  er sann for alle  $n \geq 1$ , men del 2 av induksjonsbeviset er feil
- E:** Påstanden  $P_n$  er sann for alle  $n \geq 1$  og induksjonsbeviset er riktig

*Det var det!*