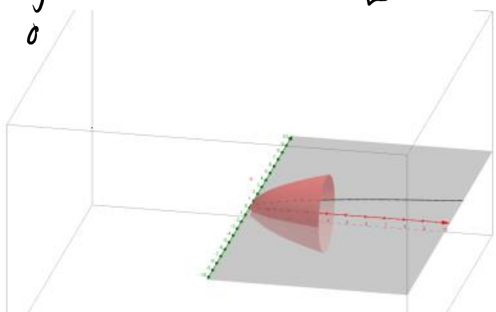
Oppg. 68

Finn volum til legemet som fremkommer når vi dreier området under grafen til f om x-aksen på det gitte intervallet. Lag skisse

a) $f(x) = \sqrt{x}$, $[0,4]$

$$V = \int_0^4 \pi\, f(x)^2\,dx = \int_0^4 \pi\, x\,dx = \pi\left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^4 = \pi\left(\frac{1}{2}\cdot 4^2 - 0\right)$$

$$= \underline{\underline{8\pi}}$$



f(x) = sqrt(x)

surface[u, f(u), f(u) sin(t), f(u) cos(t), u, 0, 4, t, 0, 2 pi]

b) $f(x) = x^2$, $[0,2]$

$$V = \int_0^2 \pi\,(x^2)^2\,dx = \int_0^2 \pi\, x^4\,dx = \pi\left[\frac{1}{5}x^5\right]_0^2 = \pi\left(\frac{1}{5}2^5 - 0\right)$$

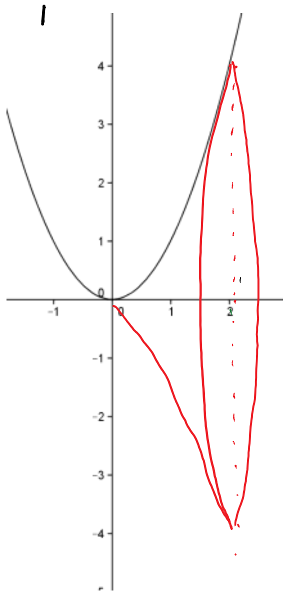
$$= \underline{\underline{\frac{32}{5}\pi}}$$

c) $f(x) = \frac{1}{x}$, $[1,3]$

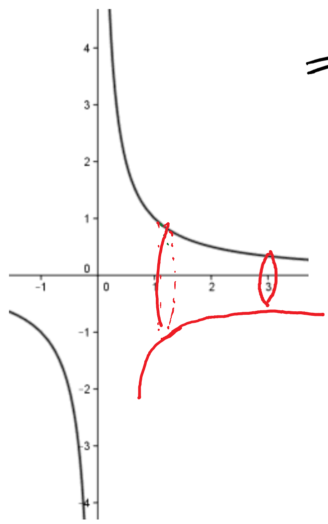
$$V = \int_1^3 \pi\left(\frac{1}{x}\right)^2 dx = \int_1^3 \pi\,\frac{1}{x^2}\,dx = \pi\left[-\frac{1}{x}\right]_1^3 = \pi\left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{1}\right)$$

$$= \underline{\underline{\frac{2\pi}{3}}}$$

b)

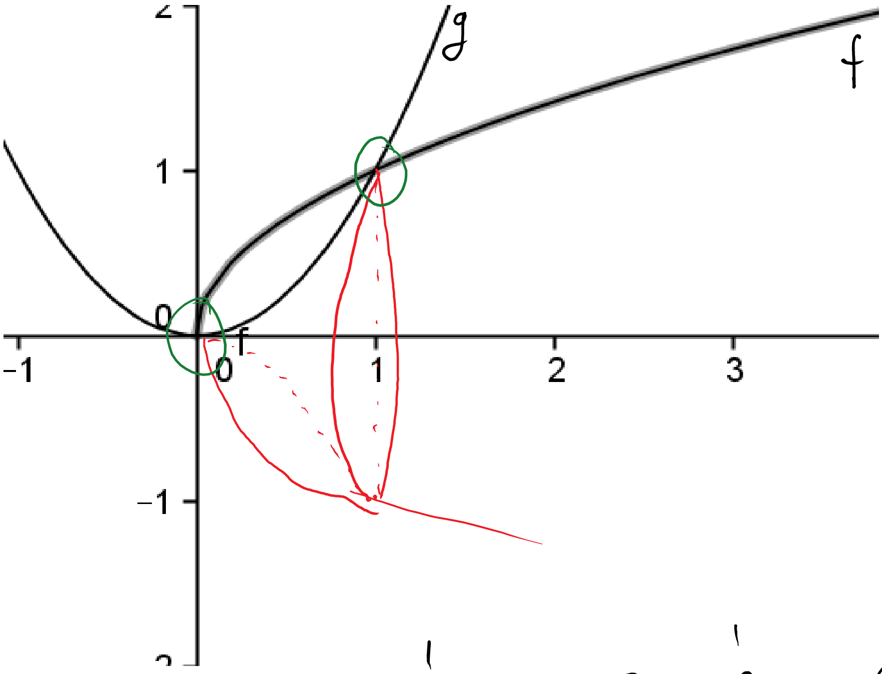


c)



Oppg. 69

Lag skive av legemet som fremkommer når vi dreier området avgrenset av $f(x) = \sqrt{x}$ og $g(x) = x^2$ om x-aksen



$f(1) = g(1) = 1$

$f(0) = g(0) = 0$

$$V = V_f - V_g = \int_0^1 \pi f(x)^2 - \int_0^1 \pi g(x)^2 \, dx$$

$$\boxed{= \int_0^1 \pi \left(f(x)^2 - g(x)^2 \right) dx}$$

$$= \int_0^1 \pi (x - x^4) \, dx$$

$$= \pi \left[\frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{5} x^5 \right]_0^1$$

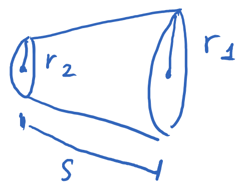
$$= \pi \left(\left(\frac{1}{2} \cdot 1^2 - \frac{1}{5} \cdot 1^5 \right) - 0 \right)$$

$$= \frac{3\pi}{10}$$

Oppg. 70

Bruk formlike trekanter og formelen for overflate til sirkulær kjegle til å vise at sideflaten til den avkappede kjeglen (s 136) er

$$S_0 = \pi(r_1 + r_2)s$$

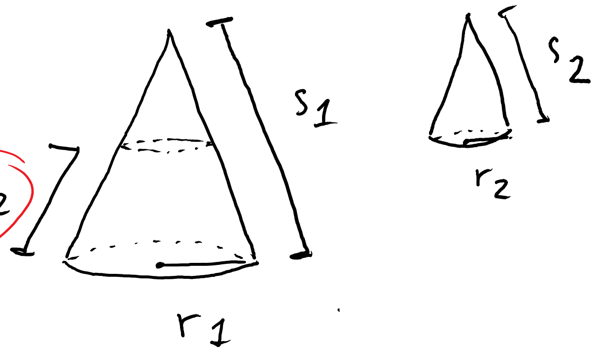


formel for sideflate til en sirkulær kjegle:

$$S = \pi r s$$

$$s = \sqrt{r^2 + h^2}$$

Sideflate S_1 sideflate S_2



$$S_0 = S_1 - S_2$$

$s = s_1 - s_2$

$$= \pi r_1 s_1 - \pi r_2 s_2$$

$$= \pi(r_1 s_1 - r_2 s_2)$$

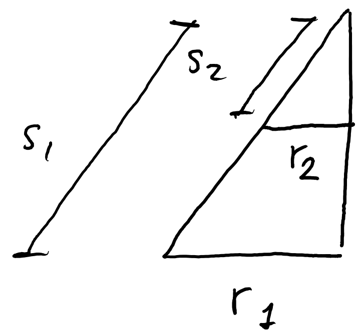
$$= \pi(r_1 s_1 + \underbrace{r_2 s_1 - r_1 s_2}_{=0} - r_2 s_2)$$

$$= \pi\big((r_1 s_1 - r_1 s_2) + (r_2 s_1 - r_2 s_2)\big)$$

$$= \pi\big(r_1(s_1 - s_2) + r_2(s_1 - s_2)\big)$$

$$= \pi(r_1 \cdot s + r_2 \cdot s)$$

$$= \pi(r_1 + r_2)s$$



$$\frac{s_2}{r_2} = \frac{s_1}{r_1}$$

$$r_1 s_2 = r_2 s_1$$

$$\boxed{r_2 s_1 - r_1 s_2 = 0}$$

Oppg. 71

Deriver funksjonene $A(r) = \pi r^2$ og $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$.
Kan du si noe om sammenheng mellom areal av og omkrets av en sirkel med radius r og sammenhengen mellom volum og overflate til ei kule med radius r?

$$A'(r) = 2\pi r = \text{Omkrets}(r)$$

$$V'(r) = 4\pi r^2 = \text{Overflate}(r)$$

Oppg. 72

skriv følgende tall enklere

$\boxed{a^{\log_a b} = b}$

a) $\log_5 5 = 1$ fordi $5^1 = 5$

b) $\log_3 1 = 0$ fordi $3^0 = 1$

c) $\log_2 4 = 2$ $2^2 = 4$

d) $\log_2 \frac{1}{4} = -2$ $2^{-2} = \frac{1}{4}$

e) $\lg \sqrt{1000} = \frac{3}{2}$ fordi $10^{3/2} = \sqrt{1000}$

$\boxed{\lg = \log_{10}}$

Oppg. 73

- Uttrykk løsningene av følgende ligninger ved hjelp av logaritmer

a) $4^x = 5$

$x = \log_4 5$

b) $5^x = 50$

$x \quad \log_5 50$

c) $5^{x+1} = 50$

$5^x \cdot 5 = 50$

$5^x = 10$

$x = \log_5 10$

eventuelt:

$x+1 = \log_5 50$

$x = \log_5 50 - 1$

d) $5^{3x+2} = 50$

$5^{3x} \cdot 5^2 = 50 \quad \Big| \cdot \frac{1}{25}$

$5^{3x} = 2$

$3x = \log_5$

$x = \frac{\log_5 2}{3}$

$3x = y$

$5^y = 2$

$y = \log_5 2$

$3x = \log_5 2$

$x = \frac{\log_5 2}{3}$

$x \approx 0.1436 \ldots$

eventuelt:

$x = \log_{125} 2$ (1)

eller

$x = \frac{\log_5 50 - 2}{3}$ (2)

(1) $5^{3x} \cdot 5^2 = 50$

$(5^3)^x \cdot 5^2 = 50 \quad \Big| \cdot \frac{1}{25}$

$(5^3)^x = 2$

$125^x = 2$

$x = \log_{125} 2$

Hvis dere vil sjekke at de tre svarene faktisk er like, så kan man finne $\log_a b$ på kalkulatoren ved å skrive $\ln b / \ln a$

Oppg. 74

Løs følgende likninger på kalkulator

$$\boxed{\begin{aligned} \lg a &= \log a \\ &= \log_{10} a \end{aligned}}$$

a) $10^x = 30$

$x = \log 30 \approx 1{,}477$

b) $10^x = 300$

$x = \log 300 \approx 2{,}477$

c) $10^x = 3000$

$x = \log 3000 \approx 3.477$

Hvordan kunne vi funnet svarene til b og c uten å bruke kalkulator?

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log 300 = \log(30 \cdot 10) = \log 30 + \log 10$$

$$= \log 30 + 1$$

Logaritme-regler

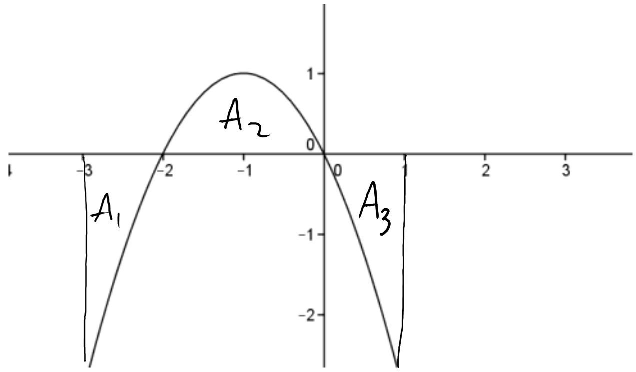
$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^c = c \log_a b$$

Oppgave 66 c

Thursday, October 16, 2014 11:37 AM



$s(x) = -x^2 - 2x$

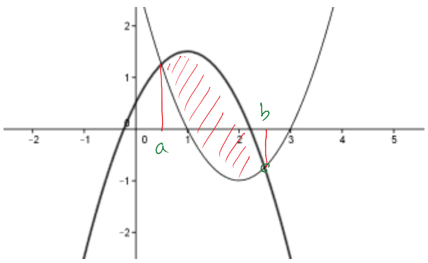
$= -(x+2)x$

$A = A_1 + A_2 + A_3$

$A_1 = -\int_{-3}^{-2} s(x)\,dx \quad , \quad A_2 = \int_{-2}^{0} s(x)\,dx \quad , \quad A_3 = -\int_{0}^{1} s(x)\,dx$

Oppgave 67 b

Thursday, October 16, 2014 11:44 AM



$$x^2 - 4x + 3 = -x^2 + 2x + \frac{1}{2}$$

$$\boxed{A = \int_a^b g(x) - f(x)\,dx}$$

$$2x^2 - 6x + \frac{5}{2} = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot \cancel{2} \cdot \frac{5}{\cancel{2}}}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{16}}{4} = \frac{6 \pm 4}{4} = \begin{cases} \frac{10}{4} = \frac{5}{2} & b \\ \frac{2}{4} = \frac{1}{2} & a \end{cases}$$

$$A = \int_{\frac{1}{2}}^{5/2} -2x^2 + 6x - \frac{5}{2}\,dx$$

$$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + 3x^2 - \frac{5}{2}x \right]_{1/2}^{5/2}$$

$$= \left(-\frac{2}{3}\left(\frac{5}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{5}{2}\left(\frac{5}{2}\right)\right) - \left(-\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\right)$$ osv...