

89

Thursday, April 30, 2015 10:17 AM

k	1	2	3	4	5	6
$P(Y=k)$	$\frac{11}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$\begin{aligned}
 E(Y) &= \sum_{k=1}^6 k \cdot P(Y=k) \\
 &= 1 \cdot \frac{11}{36} + 2 \cdot \frac{9}{36} + 3 \cdot \frac{7}{36} + 4 \cdot \frac{5}{36} + 5 \cdot \frac{3}{36} + 6 \cdot \frac{1}{36} \\
 &= \underline{\underline{\frac{91}{36}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(Y) &= \sum_{k=1}^6 (k - E(Y))^2 \cdot P(Y=k) \\
 &= \left(1 - \frac{91}{36}\right)^2 \cdot \frac{11}{36} + \left(2 - \frac{91}{36}\right)^2 \cdot \frac{9}{36} \\
 &\quad + \left(3 - \frac{91}{36}\right)^2 \cdot \frac{7}{36} + \left(4 - \frac{91}{36}\right)^2 \cdot \frac{5}{36} \\
 &\quad + \left(5 - \frac{91}{36}\right)^2 \cdot \frac{3}{36} + \left(6 - \frac{91}{36}\right)^2 \cdot \frac{1}{36} \\
 &\approx \underline{\underline{1.97}}
 \end{aligned}$$

103

Thursday, April 30, 2015 10:17 AM

 X er binomisk fordelt

$$p = 0.25$$

$$n = 20$$

$$E(X) = n \cdot p = 20 \cdot 0.25 = \underline{\underline{5}}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= n \cdot p(1-p) = 20 \cdot 0.25 \cdot 0.75 \\ &= 20^5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = \underline{\underline{3.75}} \end{aligned}$$

$$\text{SD}(X) = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{\frac{15}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{2} \approx \underline{\underline{1.94}}$$

104

Thursday, April 30, 2015 10:17 AM

4 blå kuler, 6 røde kuler i en eske

Vi trækker 4 kuler tilfældig fra esken.

La X være antallet røde kuler.

$$a) \overline{\text{Var}(X)} = 0.64$$

$$b) \begin{aligned} N &= 10 \\ m &= 6 \\ n &= 4 \end{aligned}$$

107

Thursday, April 30, 2015 11:17 AM

La X være antall pastiller i en eske

k	23	24	25	26
$P(X=k)$	0.1	0.3	0.4	0.2

a) Hva er variansen til X ?

$$\text{Var}(X) = \underline{\underline{0.81}}$$

b) $V = (4 + 0.8X)$ gram

$$\begin{matrix} a = 4 \text{ gram} \\ b = 0.8 \text{ gram} \end{matrix}$$

$$\text{Var}(V) = b^2 \text{Var}(X)$$

$$= 0.8^2 \text{ gram}^2 \cdot 0.81$$

$$\approx \underline{\underline{0.52 \text{ gram}^2}}$$

c) Finn standard-avviket til V .

$$\text{SD}(V) = \sqrt{\text{Var}(V)} = \sqrt{0.52} \text{ gram} \approx \underline{\underline{0.72 \text{ gram}}}$$

La a, b være konstanter

$$\begin{aligned} \text{Var}(a + bX) \\ = b^2 \text{Var}(X) \end{aligned}$$

$$E(a + bX) = a + bE(X)$$

Anta at Høyre har oppsl. på 25% i befolkningen.

Hva er sannsynligheten for at mellom

230 og 270 av 1000 tilfeldig valgte

memesker vil svare at de stemmer høyre?

La X være antall av de spurte som velger høyre.

X er binomisk fordelt med $p = 0.25$, $n = 1000$

Når X er binomisk fordelt, så er variabelen

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{X - 250}{13.7} \text{ omtrent}$$

standard normal fordelt.

Oppg. spør om $P(230 \leq X \leq 270) = \underbrace{P(X \leq 270)}_{\textcircled{1}} - \underbrace{P(X < 230)}_{\textcircled{2}}$

1) $X \leq 270$

$$\Leftrightarrow \frac{X - 250}{13.7} \leq \frac{270 - 250}{13.7}$$

$$\Leftrightarrow Z \leq 1.46$$

$$P(X \leq 270) = P(Z \leq 1.46) \approx \underline{0.928}$$

2) $X < 230$

$$\Leftrightarrow \frac{X - 250}{13.7} < \frac{230 - 250}{13.7}$$

$$\Leftrightarrow Z < -1.46$$

$$P(X < 230) = P(Z < -1.46) \approx P(Z \leq -1.46) \approx \underline{0.072}$$

• $P(230 \leq X \leq 270) \approx 0.928 - 0.072 = \underline{85.6\%}$

Tilfeldig utvalg med 500 personer, har blitt spurt om internettene
420 av hadde brukt internett siste uke.

Finn estimat for andelen av bet. som har brukt
internett siste uke.

$$\text{Estimat for } p: \hat{p} = \frac{420}{500} = \underline{\underline{84\%}}$$

Finn 95% konfidens-intervall for p

$$\left[\hat{p} - 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

$$\bullet 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 1.96 \sqrt{\frac{0.84 \cdot 0.16}{500}} = 0.032$$

$$CI = [0.84 - 0.032, 0.84 + 0.032] \\ = [0.808, 0.872]$$

Altså, det er 95% sannsynlig at p vil
ligge i intervallet $[0.808, 0.872]$
der p er andelen av bet. som har brukt
internett siste uke.