Oppg. 18-20

Friday, October 10, 2014 6:06 PM

18) Finn alle heltall mellom -30 og 30 som både 7 og 3 går opp i
(alle tall som er delelig med både 7 og 3)

$-21, 0, 21$

19) Finn alle heltall mellom -30 og 30 som både 2, 3 og 4 går opp i. (alle tall som er delelig med både 2, 3 og 4)

$\pm 12, \pm 24, 0$

20) Hvis både 5 og 4 går opp i x, hvilke andre tall går helt sikkert også opp i x? (feil i fasit)

$x = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot y$, y heltall

± 5
± 10
± 20
± 2
± 4
± 1

Oppg. 24

Friday, October 10, 2014 6:06 PM

a) primtallsfaktorisere tallene 30 og 45

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \underline{\underline{30 = 2 \cdot 3 \cdot 5}}$$

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \underline{\underline{45 = 3 \cdot 3 \cdot 5}}$$

b) Finn alle felles faktorer til 30 og 45

$\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 15$

c) største felles faktor

$\pm \underline{\underline{15}}$

d) Vis at denne største felles faktor tilfredsstiller betingelsen i definisjon 7 s195.

For at ± 5 skal tilfredstille betingelsene i def 7., så må vi ha at $\pm 15 | 30$ og $\pm 15 | 45$ og at

$\pm 1 | 15$, $\pm 3 | 15$ og $\pm 5 | 15$

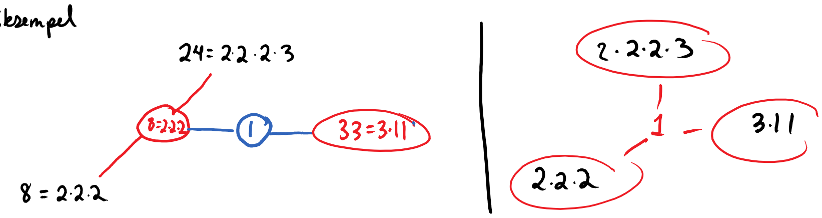
$\pm 1 | -15$, $\pm 3 | -15$ og $\pm 5 | -15$

Oppg.28

Friday, October 10, 2014 6:06 PM

Hvordan kan vi definere største felles faktor til tre tall? Er det slik at vi alltid kan finne en største felles faktor til to av tallene først og så finne en største felles faktor med det 3. tallet tilslutt? Bagmunn

Eksempel



Ny definisjon

e er en største felles faktor for a_1, a_2, a_3 dersom følgende holder:

1') $e \mid a_1$, $e \mid a_2$ og $e \mid a_3$

2') hvis $c \mid a_1$, $c \mid a_2$ og $c \mid a_3$ så holder også $c \mid e$

Vi skriver $e = SFF(a_1, a_2\ a_3)$

Husk definisjon 7

d er en største felles faktor for b_1, b_2 dersom følgende holder

1) $d \mid b_1$, $d \mid b_2$

2) hvis $c \mid b_1$ og $c \mid b_2$ så holder også $c \mid d$

• Er $\underbrace{SFF(a_1,a_2,a_3)}_{e} = \underbrace{SFF(SFF(a_1,a_2), a_3)}_{d}$?

La $e = SFF(a_1,a_2,a_3) \overset{1'}{\Rightarrow} e \mid a_1, e \mid a_2, e \mid a_3$

$\overset{2}{\Rightarrow} e \mid SFF(a_1,a_2), \ e \mid a_3$

$\overset{2}{\Rightarrow} e \mid SFF(SFF(a_1,a_2), a_3)$

dvs $e \mid d$

$d = SFF(SFF(a_1,a_2),a_3) \overset{1}{\Rightarrow} d \mid SFF(a_1,a_2), \ d \mid a_3$

$\overset{(*)}{\Rightarrow} d \mid a_1, d \mid a_2, d \mid a_3$

$\overset{2'}{\Rightarrow} d \mid SFF(a_1,a_2,a_3)$

dvs $d \mid e$

$e = n \cdot d = n(me) = (nm)e \Rightarrow nm = 1$,

enten er $n = m = 1$ eller $n = m = -1$

$\boxed{\Rightarrow e = \pm d}$

(*) Vet at $d \mid SFF(a_1,a_2)$

og $SFF(a_1,a_2) \mid a_1$

$SFF(a_1,a_2) \mid a_2$

(fra 1)

Da vet vi fra setning 2 8193 at

$d \mid a_1$ og $d \mid a_2$

Oppg. 36

Friday, October 10, 2014 6:06 PM

Finn to forskjellige tall som er kongruente med a modulo b

a) $a = 4,\ b = 12$

$16 \equiv 4 \pmod{12}$

$28 \equiv 4 \pmod{12}$

c) $a = 0,\ b = 12$

$12 \equiv 0 \pmod{12}$

$24 \equiv 0 \pmod{12}$

e) $a = 4,\ b = 5$

$9 \equiv 4 \pmod{5}$

$24 \equiv 4 \pmod{5}$

$19 \equiv 4 \pmod{5}$

$9999999999999 \equiv 4 \pmod{5}$ fordi $99\ldots 99 - 4 = 99\ldots 95 = k \cdot 5$

g) $a = -3,\ b = 4$

$1 \equiv -3 \pmod{4}$

$5 \equiv -3 \pmod{4}$ fordi $5 - (-3) = 8 = \underline{2 \cdot 4}$

$9 \equiv -3 \pmod{4}$

$39999999997 \equiv -3 \pmod{4}$

fordi $399\ldots 997 - (-3) = 400000\ldots 00 = 4 \cdot 100000\ldots 00$

$799999\ldots 997 \equiv -3 \pmod{4}$

Oppg. 37

Friday, October 10, 2014 6:06 PM

Finn to forskjellige tall som x kan være når

a) $x+7 \equiv 2 \pmod{12}$

b) $x+1 \equiv 7 \pmod{12}$

a) $x=7$ er en løsning fordi $7+7=14 \equiv 2 \quad (12)$

$x=19$ —— " —— $19+7=26 \equiv 2 \quad (12)$

b) vi trenger at

$(x+1)-7 = k \cdot 12$ for et heltall k.

$x-6 = k \cdot 12$

$x = 6 + k \cdot 12$

$\underline{k=1}$: $x = 18$

$\underline{k=2}$: $x = 6 + 2 \cdot 12 = 30$

} er løsninger

c) $x+5 \equiv 2 \pmod{4}$

d) $x+3 \equiv 0 \pmod{11}$

c) $x+5 \equiv 2 \quad (4)$

$x=1$

$x=5$

d) $x+3 \equiv 0 \pmod{11}$

$x=11$

$x=-3$

Oppg. 44

Wednesday, November 5, 2014 4:57 PM

Lag multiplikasjonstabell for restklasser modulo 12.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	0	2	4	6	8	10	0	2	4	6	8	10
3	0	3	6	9	0	3	6	9	0	3	6	9
4	0	4	8	0	4	8	0	4	8	0	4	8
5	0	5	10	3	8	1	6	11	4	9	2	7
6	0	6	0	6	0	6	0	6	0	6	0	6
7	0	7	2	9	4	11	6	1	8	3	10	5
8	0	8	4	0	8	4	0	8	4	0	8	4
9	0	9	6	3	0	9	6	3	0	9	6	3
10	0	10	8	6	4	2	0	10	8	6	4	2
11	0	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Finnes det tall som ikke har multiplikativ invers? 0, 1, 3, 4, 6, 8, 9, 10

Hva kjennetegner disse tallene

Alle tallene som har felles faktor (større enn 1) med 12, har ikke invers.

$$\boxed{\text{Hvis } SFF(a,12) > 1\text{, så har } a \text{ ikke invers}}$$