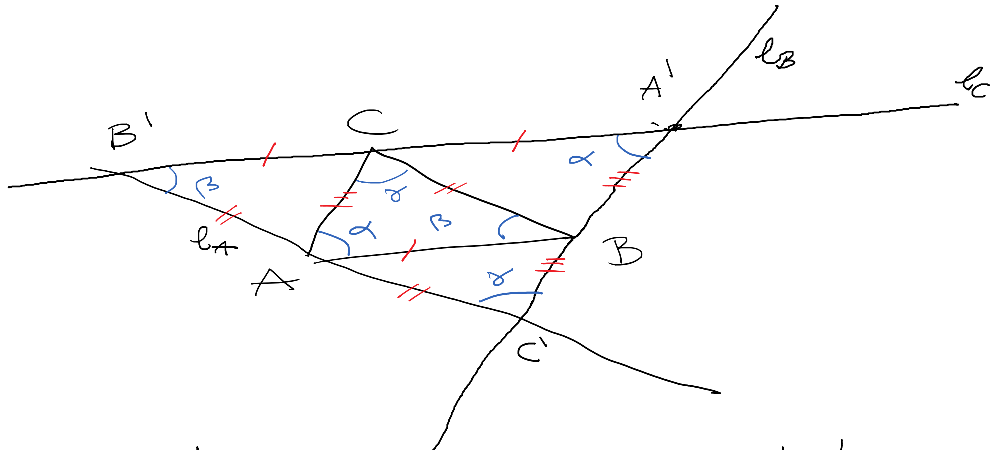
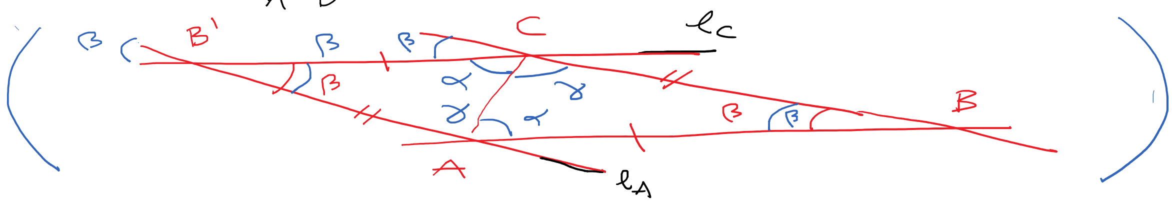
Oppg 1

Thursday, May 7, 2015 10:24 AM



a) Vis at $\triangle ABC$ og $\triangle A'B'C'$ er formlike med forholdet

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{1}{2}$$



- Siden l_A og CB er parallelle, og l_C og AB er parallelle så vet vi at
  - $\angle AB'C = \angle CBA$
  - $B'C = AB$
  - $B'A = BC$

Dvs $\boxed{\triangle B'AC \text{ og } \triangle BCA \text{ er kongruente}}$ fordi én vinkel og de tilhørende sidekantene er like.

- På samme måte kan vi vise at
  - $\triangle C'BA$ og $\triangle CAB$ er kongruente
  - $\triangle A'CB$ og $\triangle ABC$ er kongruente

- Nå vet vi at $\angle C'B'A' = \angle AB'C = \angle CBA$

  $\angle B'A'C' = \angle CA'B = \angle BAC$

Siden trekantene $\triangle ABC$ og $\triangle A'B'C'$ har to parvis like vinkler, <u>så er de formlike.</u>

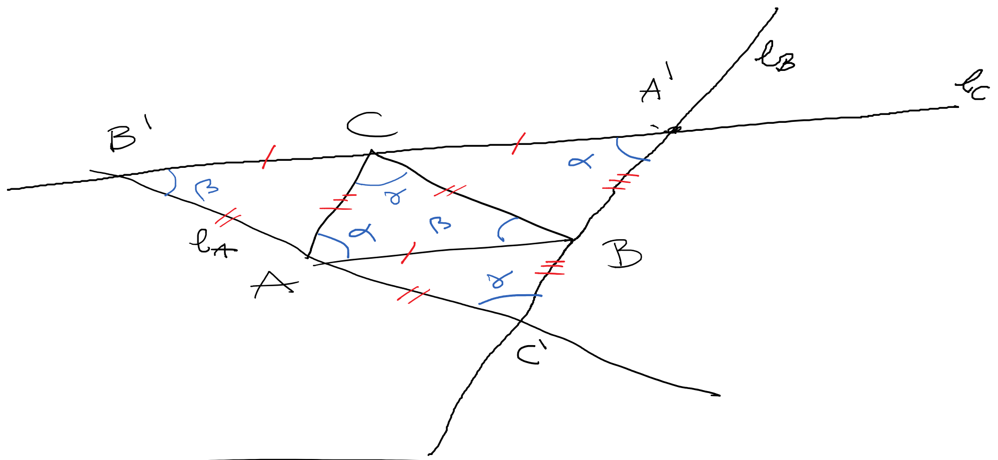
Videre har vi at

$$A'B' = A'C + CB' = AB + AB = 2AB \quad \Big| \cdot \frac{A'B'}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{AB}{A'B'}$$

Siden trekantene $\triangle ABC$ og $\triangle A'B'C'$ er formlike, så er også

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{1}{2}$$



$\boxed{\text{b) Vis at } AA', BB' \text{ og } CC' \text{ er konkurrente}}$

Her bruker vi at dersom

$$(*) \quad \frac{\overline{B'A}}{\overline{AC'}} \cdot \frac{\overline{C'B}}{\overline{BA'}} \cdot \frac{\overline{A'C}}{\overline{CB'}} = 1$$

, så er AA', BB' og CC' konkurrente.

Alle Ceva-linjene skjærer den store trekanten innvendig, så vi vet at at V.S i (*) er positiv, så bryr oss ikke om fortegn.

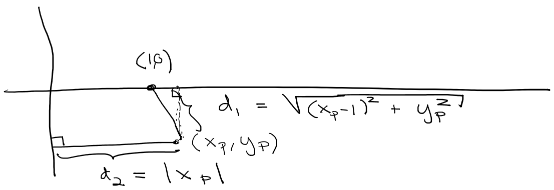
$$\frac{B'A}{AC'} \cdot \frac{C'B}{BA'} \cdot \frac{A'C}{CB'}$$
$$= \frac{CB}{CB} \cdot \frac{CA}{CA} \cdot \frac{AB}{AB} = 1$$

dermed er AA', BB' og CC' konkurrente.

Opg 2

Thursday, May 7, 2015 11:05 AM

a) Finn ligningen til det geometriske stedet for punktene P som ligger dobbelt så langt fra y-aksen som fra punktet (1,0).



Vi må finne en ligning for (x_p, y_p) slik at

$$d_2 = 2d_1$$

$$|x_p| = 2\sqrt{(x_p-1)^2 + y_p^2} \quad \text{kvadrér begge sider}$$

$$\boxed{x_p^2 = (-x_p)^2 = |x_p|^2}$$

$$x_p^2 = 4(x_p-1)^2 + 4y_p^2$$

$$\frac{1}{4}x_p^2 = (x_p-1)^2 + y_p^2$$

$$= x_p^2 - 2x_p + 1 + y_p^2$$

$$x_p^2\left(\overset{3/4}{1-\tfrac{1}{4}}\right) - 2x_p + y_p^2 + 1 = 0$$

$$\frac{3}{4}x_p^2 - 2x_p + y_p^2 = -1$$

fullføre kvadratet

$$\frac{3}{4}\left(x_p - \frac{4}{3}\right)^2 + y_p^2 = -1 + \frac{4}{3}$$

$$\frac{3}{4}\left(x_p - \frac{4}{3}\right)^2 + y_p^2 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{9}{4}\left(x_p - \frac{4}{3}\right)^2 + 3y_p^2 = 1$$

gang med 4/9 i teller og nevner

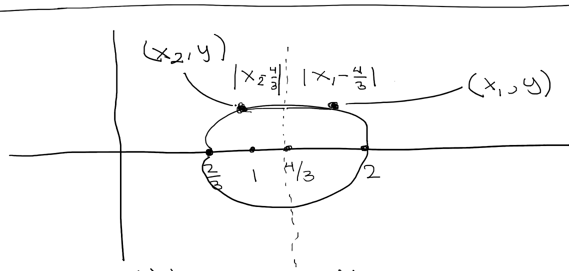
$$\frac{\left(x_p - \frac{4}{3}\right)^2}{\frac{4}{9}} + \frac{y_p^2}{\frac{1}{3}} = 1$$

$$\frac{\left(x_p - \frac{4}{3}\right)^2}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} + \frac{y_p^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = 1$$

Dette er en ellipse

b) Hva er symmetrilinjene som denne ligningen definerer?

Symmetrilinjer $x_p - \frac{4}{3} = 0$ og $y_p = 0$ er symmetrilinjer til kurven



l_1: $x_p - \frac{4}{3} = 0$ er symmetrilinje fordi dersom $(x_1, y) \in P$ og vi får (x_2, y) når vi speiler (x_1, y) om l_1 så er (x_2, y) også med i P

Dere trenger ikke skrive alt dette på eksamen!

sjekk gjerne at (x_2, y) løser ligningen hvis og bare hvis (x_1, y)

sjekk gjerne at (x_2, y) løser ligningen hvis og bare hvis (x_1, y) løser ligningen