64

Thursday, April 9, 2015 10:18 AM

1   3   6   10   15

$1+2$ $1+2+3$

a)

21   28   36

$1+2+3+4+5+6+7+8$

b) Hvor finner du trekant-tallene i Pascals trekant?

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & 1 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & \\
 & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & \\
1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1
\end{array}
$$

$\binom{2}{2}$

$\binom{3}{2}$

$\binom{4}{2}$

Sum

$1 = 2^0$

$2 = 2^1$

$4 = 2^2$

$8 = 2^3$

Summen av n'te linje er 2^n

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & \binom{0}{0} & & & & \\
 & & & \binom{1}{0} & & \binom{1}{1} & & & \\
 & & \binom{2}{0} & & \binom{2}{1} & & \binom{2}{2} & & \\
 & \binom{3}{0} & & \binom{3}{1} & & \binom{3}{2} & & \binom{3}{3} & \\
\binom{4}{0} & & \binom{4}{1} & & \binom{4}{2} & & \binom{4}{3} & & \binom{4}{4}
\end{array}
$$

Det n'te trekanttallet er $\underline{\underline{\binom{n+1}{2}}}$

66 a) se over

b) • Kombinatorisk begrunnelse

$$S_n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n}$$

(uordnet utvalg uten tilbakelegg)   antall måter å velge 0 av n   antall måter å velge 1 av n   osv   antall måter å velge n av n

Summen S_n av n'te linje i Pascals $\triangle$ er antall mulige delmengder av $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$

Hver a_i kan enten være med eller ikke med i en delmengde, så vi får 2^n mulige delmengder. Dermed er $S^n = 2^n$

• Bruk binomialformelen til å begrunne at summen av n'te linje e 2^n (Vi begrunner på)

- Bruk binomialformelen til å begrunne at summen av n'te linje e 2^n (Vi begynner på linje 0)

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^{n} a^r b^{n-r} \binom{n}{r}$$

La $a=b=1$:

$$(1+1)^n = \sum_{r=0}^{n} 1^r \cdot 1^{n-r} \binom{n}{r}$$

$$2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n}$$

69

Thursday, April 9, 2015 11:14 AM

11 jenter, 14 gutter
6 elever skal på tur
loddtrekning.

a) Hva er sannsynligheten for at 3g og 3j.

Antall mulige utfall $\binom{25}{6} = 177100$

Antall gunstige utfall $\binom{11}{3} \cdot \binom{14}{3} = 60\,060$

$$P(3 \text{ av hver}) = \frac{60\,060}{177\,100} \approx \underline{\underline{33.9\%}}$$

b) 2 gutter og 4 jenter

Antall gunstige utfall $\binom{11}{4} \cdot \binom{14}{2} = 30\,030$

$$P(2g \,\&\, 4j) = \frac{30\,030}{177\,100} \approx \underline{\underline{17\%}}$$

Thursday, April 9, 2015 11:25 AM

9 jenter sommerferie

~~ett~~ 4-mannsrom
~~ett~~ 3 -mannsrom
~~ett~~ 2 -mannsrom

a) Hvor mange ~~måter~~ kan de velge ~~ut~~ personer til 4-mannsrommet?

$$\binom{9}{4} = \frac{9!}{5! \cdot 4!} = \frac{9 \cdot \cancel{8} \cdot 7 \cdot \cancel{6}^{2}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = \underline{\underline{126}} \quad \text{(måter)}$$

b) Hvor mange måter kan de velge ut de tre neste til tremannsrommet (~~av~~ fra de 5 gjenværende jentene)

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = \underline{\underline{10}} \quad \text{(måter)}$$

c) Hvor mange måter kan ~~vi velg~~ jentene ~~fordeles og~~ på de tre rommene?

Husk

$$\boxed{\binom{n}{r} \overset{\text{def}}{=} \frac{n!}{r!\,(n-r)!} \qquad \binom{n}{r} = {}_nC_r}$$

$$\binom{9}{4} \cdot \binom{5}{3} = 126 \cdot 10 = \underline{\underline{1260}} \quad \text{(måter)}$$

Se på denne

$$\frac{9!}{4! \cdot \cancel{5!}} \cdot \frac{\cancel{5!}}{3! \cdot 2!} = \frac{9!}{4! \cdot 3! \cdot 2!}$$

9 personer

2 mannsrom

3 mannsrom

4 -mannsrom

25 elever
5 grupper med 5 elever

Gruppe 1) $\binom{25}{5}$ måter

gitt gruppe 1:
Gruppe 2) $\binom{20}{5}$ måter

Gitt gruppe 1 og 2
Gruppe 3 $\binom{15}{5}$ måter

Gitt gr 1,2,3 $\binom{10}{5}$ måter

Vi kan velge ut de 5 gruppene på

$$\binom{25}{5}\cdot\binom{20}{5}\cdot\binom{15}{5}\cdot\binom{10}{5}$$

$$\underset{\text{vis dette}}{=} \frac{25!}{5!\cdot 5!\cdot 5!\cdot 5!\cdot 5!} = \underline{6.23\cdot 10^{14} \text{ måter}}$$

Hvis vi ikke bryr oss om gruppenummeret, hvor mange måter kan vi dele de inn i da?

Gitt 5 grupper, de kan ordnes på 5! mulige måter.

$$\frac{\frac{25!}{(5!)^5}}{5!} = \frac{25!}{(5!)^6} \ \underline{\text{måter}}$$

(hvis vi ikke bryr oss om gruppe-nummeret)

1 2 3 4 5	. . . .	21 22 23 24 25
21 22 23 24 25		1 2 3 4 5

72

Thursday, April 9, 2015 11:57 AM

<u>power 7</u>

stryke 7 av 34 tall, og velg en rekke blant de 27 gjenværende tallene.

a) Gitt at de 7 tallene du strøk, ikke blir trukket, hva er sannsynligheten for å vinne (med én rekke spilt)

$$p_1 = \frac{1}{\binom{27}{7}} = \left(\frac{20! \cdot 7!}{27!}\right) = \underline{\underline{\frac{1}{888030}}}$$

b) P(rekken vi har spilt med power 7 gevinn)

$= P(\underbrace{\text{ingen av tallene vi har strøket går inn}}_{A}) \cdot P(\text{rekken vi har spilt går inn} \mid A)$

$$= \frac{27}{34} \cdot \frac{26}{33} \cdot \frac{25}{32} \cdots \frac{21}{28} \cdot p_1$$

$$= \frac{27}{34} \cdot \frac{26}{33} \cdots \frac{21}{28} \cdot \frac{20! \, 7!}{27!}$$

$$= \frac{\cancel{27}}{34} \cdot \frac{\cancel{26}}{33} \cdots \frac{\cancel{21}}{28} \cdot \frac{7!}{\cancel{27 \cdot 26 \cdots 21}}$$

$$= \frac{7!}{34 \cdot 33 \cdots 28}$$

$$= \frac{1}{\frac{34 \cdot 33 \cdots 28}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdots 1}} = \frac{1}{\binom{34}{7}}$$