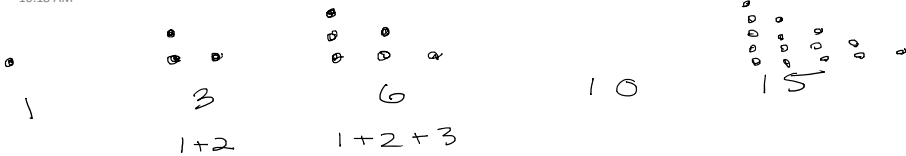


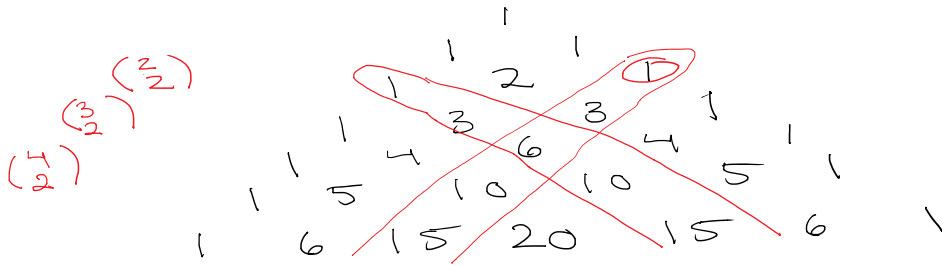
64



a)

21 28 36
 $1+2+3+4+5+6+7+8$

b) Hvor finner du trekant-tallene i Pascals trekant?



Sum
 $1 = 2^0$
 $2 = 2^1$
 $4 = 2^2$
 $8 = 2^3$

Summen av n'te linje er 2^n

Det n'te trekant-tallet er $\binom{n+1}{2}$

66 a) se over

b) Kombinatorisk begrunnelse

$$S_n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n}$$

(ordnet utvalg uten tilbakelegg) antall måter å velge D av n antall måter å velge A av n osv antall måter å velge n av n

Summen S_n av n'te linje i Pascals Δ er antall mulige delmengder av $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$

Hver a_i kan enten være med eller ikke med i en delmengde, så vi får 2^n mulige delmengder. Dermed er $S^n = 2^n$

• Bruk binomialformelen til å begynne at summen av n'te linje er 2^n (Vi begynner på)

• Bruk binomialformelen til å begynne at
summen av n 'te linje $= 2^n$ (Vi begynner på
linje 0)

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^n a^r b^{n-r} \binom{n}{r}$$

La $a=b=1$:

$$(1+1)^n = \sum_{r=0}^n 1 \cdot 1^{n-r} \binom{n}{r}$$

$$2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n}$$

69

Thursday, April 9, 2015 11:14 AM

11 jenter, 14 gutter
6 elever skal på tur
loddrekning.

a) Hva er sannsynligheten for at 3g og 3j.

$$\text{Antall mulige utfall} \quad \binom{25}{6} = 177100$$

$$\text{Antall gunstige utfall} \quad \binom{11}{3} \cdot \binom{14}{3} = 60060$$

$$P(3g \& 3j) = \frac{60060}{177100} \approx \underline{\underline{33.9\%}}$$

b) 2 gutter og 4 jenter

$$\text{Antall gunstige utfall} \quad \binom{11}{4} \cdot \binom{14}{2} = 30030$$

$$P(2g \& 4j) = \frac{30030}{177100} \approx \underline{\underline{17\%}}$$

9 jenter Sommerferie

ett 4-mannsrom

ett 3-mannsrom

ett 2-mannsrom

a) Hvor mange måter kan de velge ut personer til 4-mannsrommet?

$$\binom{9}{4} = \frac{9!}{5! \cdot 4!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{\underline{126}} \quad (\text{måter})$$

b) Hvor mange måter kan de velge ut de tre neste til tremannsrommet (~~de~~ fradest gjenværende jentene)

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = \underline{\underline{10}} \quad (\text{måter})$$

c) Hvor mange måter kan vi velge jentene fordeles og på de tre rommene?

Husk

$$\binom{n}{r} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

$$\binom{n}{r} = n C r$$

$$\binom{9}{4} \cdot \binom{5}{3} = 126 \cdot 10 = \underline{\underline{1260}} \quad (\text{måter})$$

Se på denne

$$\frac{9!}{4! \cdot 5!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{9!}{4! \cdot 3! \cdot 2!}$$

↖ 9 personer
 ↖ 4-mannsrom ↖ 3-mannsrom ↖ 2-mannsrom

71

Thursday, April 9, 2015 11:40 AM

25 elever
5 grupper med 5 elever

Gruppe 1) $\binom{25}{5}$ måter

gitt gruppe 1:

Gruppe 2) $\binom{20}{5}$ måter

Gitt gruppe 1 og 2

Gruppe 3) $\binom{15}{5}$ måter

Gitt gr 1, 2, 3 $\binom{10}{5}$ måter

Vilkan velge ut de 5 gruppene på

$$\binom{25}{5} \cdot \binom{20}{5} \cdot \binom{15}{5} \cdot \binom{10}{5}$$

$$\stackrel{\text{vi delte}}{=} \frac{25!}{5! \cdot 5! \cdot 5! \cdot 5! \cdot 5!} = \underline{\underline{6.23 \cdot 10^{14}}} \text{ måter}$$

Hvis vi ikke byr oss om gruppenummeret, hvor mange måter kan vi dele de inn i da?

Gitt 5 grupper, de kan ordnes på 5!
mulige måter.

$$\frac{25!}{(5!)^5} = \frac{25!}{(5!)^6} \text{ måter (hvis vi ikke byr oss om gruppe-nummeret)}$$

1 2 3 4 5	21 22 23 24 25
21 22 23 24 25		1 2 3 4 5

power 7

stryke 7 av 34 tall, og velg en rekke blant de 27 gjenværende tallene.

- a) Gitt at de 7 tallene du strøk, ikke blir trukket, hva er sannsynligheten for å vinne (med en rekke spillt)

$$P_1 = \frac{1}{\binom{27}{7}} = \left(\frac{20! \cdot 7!}{27!} \right) = \frac{1}{888030}$$

- b) P (rekken er hørespilt med power 7 gjevinn)

= P (ingen av-tallene er hørespilt gjevinn) $\cdot P$ (rekken er hørespilt gjevinn / A)

$$= \frac{27}{34} \cdot \frac{26}{33} \cdot \frac{25}{32} \cdots \frac{21}{28} \cdot P_1$$

$$= \frac{27}{34} \cdot \frac{26}{33} \cdots \frac{21}{28} \cdot \frac{20! \cdot 7!}{27!}$$

$$= \frac{27}{34} \cdot \frac{26}{33} \cdots \frac{21}{28} \cdot \frac{7!}{\cancel{27 \cdot 26 \cdots 21}}$$

$$= \frac{7!}{34 \cdot 33 \cdots 28}$$

$$= \frac{1}{\frac{34 \cdot 33 \cdots 28}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdots 1}} = \frac{1}{\binom{34}{7}}$$