

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MAT0100V — Matematikk 2

Eksamensdag: Torsdag 15. januar 2015

Tid for eksamen: 10.00 – 14.00

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg: Ingen

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgavesettet har 10 delspørsmål. Hvert delspørsmål teller 10 poeng. For å bestå må man ha minst 40 poeng.

Oppgave 1. La f være funksjonen gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{9-x^2} & \text{for } -3 \leq x \leq 3, \\ \sqrt{x-3} & \text{for } x > 3. \end{cases}$$

- Finn funksjonens nullpunkter, og finn $f'(x)$. Finn også de kritiske punktene til f og forklar kort hvorfor de er kritiske.
- Bestem hvor funksjonen vokser og hvor den avtar, og finn maksimums- og minimumspunktene til f .
- Skisser grafen og les av hvor f er konveks og hvor den er konkav (du trenger altså ikke å finne f'').
- Finn arealet av området avgrenset av grafen til f og linjen $y = 3$.

Oppgave 2. Løs initialverdiproblemet

$$y' + 3y = 9x, \quad y(0) = 0$$

Oppgave 3. Vi har en kule med radius 3 cm og borer et hull gjennom kulen slik at hullet går rett gjennom sentrum i kulen. Hullet har radius 1 cm. Finn volumet av det som er igjen av kulen.

Oppgave 4.

- Bruk Euklids algoritme til å vise at tallene 242 og 195 er innbyrdes primiske og bruk dette til å finne hele tall x og y slik at

$$1 = 195x + 242y$$

(Fortsettes på side 2.)

- b) Finn en løsning av den lineære kongruensen $195x \equiv 2 \pmod{242}$, slik at $0 \leq x < 242$.

Oppgave 5.

- a) Forklar hvorfor $\phi(1984) = 960$ ved å bruke at $1984 = 31 \cdot 64$ (31 er et primtall og $64 = 2^6$).
- b) Bruk Eulers generalisering av Fermats lille sats til å forklare hvorfor

$$529^{960} - 1$$

er delelig med 31.