

# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MAT0100V — Matematikk 2 for grunnskolelærere.

Eksamensdag: Onsdag 13. mai 2015.

Tid for eksamen: 10.00 – 14.00.

Oppgavesettet er på 6 sider.

Vedlegg: Tabeller over binomialkoeffisienter og standardnormalfordelingen.

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

*Ved bedømmelsen av besvarelsene vi det bli lagt omtrent like stor vekt på oppgavene i geometri og oppgavene i sannsynlighetsregning.*

### Oppgave 1

Et quizlag er med i en konkurranse. I første omgang får laget ti spørsmål. For hvert av de ti spørsmålene er det gitt fire svaralternativer, og laget skal velge ett av dem.

a) På hvor mange måter kan laget svare på de ti spørsmålene?

I andre omgang får laget oppgitt åtte mulige kategorier, og de skal velge fire av dem.

b) På hvor mange måter kan laget velge de fire kategoriene?

Det er tre kvinner og to menn på quizlaget. I tredje omgang skal bare to av dem svare på spørsmålene.

c) Laget bestemmer seg for å trekke lodd om hvem som skal svare.  
Hva er sannsynligheten for at én kvinne og én mann blir trukket ut?

### Oppgave 2

I en trekant  $\triangle ABC$ , la  $A'$ ,  $B'$  og  $C'$  være tangeringspunktene til den innskrevne sirkelen på henholdsvis  $BC$ ,  $AC$  og  $AB$ .

a) Tegn figur og vis at  $AB' = AC'$ ,  $BA' = BC'$  og  $CA' = CB'$ .

b) Bruk Ceva's setning til å vise at linjene  $AA'$ ,  $BB'$  og  $CC'$  konkurrerer (går gjennom samme punkt).

(Fortsettes på side 2.)

### Oppgave 3

Livmorhalskreft er en alvorlig kreftform som kan ramme voksne kvinner i alle aldre. Celleforandringer i livmorhalsen, som kan være forstadier til kreft, kan påvises ved en celleprøve fra livmorhalsen. Kreftregisteret anbefaler alle kvinner mellom 25 og 69 år å ta en slik celleprøve hvert tredje år.

Resultatene av en celleprøve fra livmorhalsen er imidlertid ikke helt sikre. Fra medisinske undersøkelser har en at:

- for kvinner som har celleforandringer i livmorhalsen, vil en celleprøve oppdage det i 75% av tilfellene
- for kvinner som ikke har celleforandringer i livmorhalsen, vil en celleprøve likevel tyde på celleforandringer i 5% av tilfellene

Vi antar at 3% av kvinnene som tar en celleprøve faktisk har celleforandringer i livmorhalsen.

En kvinne tar en celleprøve.

- a) Hva er sannsynligheten for at celleprøven tyder på at kvinnen har celleforandringer i livmorhalsen?
- b) Anta at celleprøven tyder på at kvinnen har celleforandringer i livmorhalsen. Hva er da sannsynligheten for at det virkelig er tilfellet?

### Oppgave 4

- a) Finn ligningen til det geometriske stedet for punktene  $P$  som ligger dobbelt så langt fra punktet  $(-1, 0)$  som fra  $y$ -aksen.
- b) Hva er symmetrilinjene til kurven som denne ligningen definerer?

### Oppgave 5

Forsikringsselskapet “Rykk og Reis” har spesialisert seg på reiseforsikringer for sydenturister. For to ukers sydentur koster reiseforsikringen 1000 kroner. Hvis en kunde får stjålet eller mister noen av sine eiendeler, vil “Rykk og Reis” erstatte tapet. For enkelhets skyld antar vi at de mulige erstatningsbeløpene en kunde kan få er 0 kroner, 5000 kroner, 10 000 kroner, 25 000 kroner og 50 000 kroner.

La den tilfeldige variabelen  $Y$  stå for den erstatningen en tilfeldig valgt kunde vil få fra forsikringsselskapet etter en sydentur. Vi antar at  $Y$  har sannsynlighetsfordelingen gitt i tabellen nedenfor.

$k$	0	5000	10 000	25 000	50 000
$P(Y = k)$	0.915	0.045	0.025	0.013	0.002

(Fortsettes på side 3.)

- a) Hva er sannsynligheten for at en kunde vil få utbetalt en erstatning på minst 10 000 kroner?
- b) Finn forventningsverdien til  $Y$ .

En sommer selger "Rykk og Reis" fem tusen slike reiseforsikringer.

- c) Omtrent hvor mye vil selskapet tjene i gjennomsnitt per forsikring?

La  $X$  være antallet av de forsikrede som får utbetalt erstatning på minst 10 000 kroner.

- d) Hvilken fordeling har  $X$ ? Bestem  $P(X \leq 190)$  og  $P(X \geq 220)$ .

SLUTT

*På de neste sidene er det gitt tabeller over  
binomialkoeffisienter og standardnormalfordelingen.*

(Fortsettes på side 4.)

Tabellen gir binomialkoeffisientene  $\binom{n}{r}$  for ulike verdier av  $n$  og  $r$ .

	$r = 2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$n = 3$	3	1									
4	6	4	1								
5	10	10	5	1							
6	15	20	15	6	1						
7	21	35	35	21	7	1					
8	28	56	70	56	28	8	1				
9	36	84	126	126	84	36	9	1			
10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1
13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78	13
14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91
15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365	455
16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008	4368	1820
17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448	12376	6188
18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758	31824	18564
19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378	75582	50388
20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756	167960	125970
21	210	1330	5985	20349	54264	116280	203490	293930	352716	352716	293930
22	231	1540	7315	26334	74613	170544	319770	497420	646646	705432	646646
23	253	1771	8855	33649	100947	245157	490314	817190	1144066	1352078	1352078
24	276	2024	10626	42504	134596	346104	735471	1307504	1961256	2496144	2704156
25	300	2300	12650	53130	177100	480700	1081575	2042975	3268760	4457400	5200300

	$r = 13$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$n = 13$	1											
14	14	1										
15	105	15	1									
16	560	120	16	1								
17	2380	680	136	17	1							
18	8568	3060	816	153	18	1						
19	27132	11628	3876	969	171	19	1					
20	77520	38760	15504	4845	1140	190	20	1				
21	203490	116280	54264	20349	5985	1330	210	21	1			
22	497420	319770	170544	74613	26334	7315	1540	231	22	1		
23	1144066	817190	490314	245157	100947	33649	8855	1771	253	23	1	
24	2496144	1961256	1307504	735471	346104	134596	42504	10626	2024	276	24	1
25	5200300	4457400	3268760	2042975	1081575	480700	177100	53130	12650	2300	300	25

(Fortsettes på side 5.)

**Tabellen gir arealet under standardnormalfordelings-  
funksjonen til venstre for  $z$  for negative  $z$ -verdier**

$z$	Siste desimal i $z$									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3	0.0013	0.0010	0.0007	0.0005	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
-0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

(Fortsettes på side 6.)

Tabellen gir arealet under standardnormalfordelings-  
funksjonen til venstre for  $z$  for positive  $z$ -verdier

$z$	Siste desimal i $z$									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000