MAT0100V:

Obligatorisk oppgave 2, høsten 2014

Innleveringsfrist og -sted: *23. november 2015 kl. 17.00. Skannes og sendes på mail til arnebs@math.uio.no* **Instruksjoner:** *Skriv gjerne for hånd. Sammen med besvarelsen din skal det også leveres en utfylt forside for obligatoriske oppgaver (du får tilsendt forsiden på mail).*

Oppgaven er obligatorisk, og må være godkjent for å få adgang til avsluttende eksamen. For å få besvarelsen godkjent, må du ha minst 60 % score, og det vil bli lagt vekt på at du har en klar og ryddig besvarelse med gode begrunnelser.

Alle delspørsmål (punktene a), b) osv.) teller like mye. Du kan få poeng på en oppgave selv om du ikke er kommet frem til et svar, og det er derfor viktig at du leverer inn alt det du har kommet frem til. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse.

Det er lov å samarbeide og å bruke alle slags hjelpemidler. Den innleverte besvarelsen skal imidlertid være skrevet av deg og gjenspeile din forståelse av stoffet. Alle svar skal begrunnes. Er vi i tvil om at du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

For flere generelle regler om obligatoriske oppgaver ved Matematisk institutt, f.eks. hva som gjelder ved sykdom, se
http://www.mn.uio.no/math/studier/admin/obligatorisk-innlevering/

Lykke til!

Oppgave 1 *(basert på oppgave 92 i QED)* La $P(t)$ være antall innbyggere i en by ved tiden t (målt i år).

Vi antar at $P(t)$ oppfyller følgende modell:

$$P' = k\sqrt{P} \tag{1}$$

der $k > 0$.

a) Forklar kort hva modellen (1) sier.

b) Modellen (1) er en separabel differensiallikning. Finn den generelle løsningen til denne likningen.

c) Anta at antall innbyggere i byen i dag er 1 000 000, dvs. $P(0) = 1\,000\,000$. Finn et uttrykk for $P(t)$.

d) Vi antar at antall innbyggere etter 5 år er 1 050 625. Bruk denne opplysningen til å finne proporsjonalitetskonstanten k og $P(t)$. (Skisser gjerne grafen til P.)

e) Hvor lang tid vil det ta før antall innbyggere i byen er 1 500 000 hvis modellen (1) fortsatt gjelder?

f) Søk i SSB (Statistisk Sentralbyrå) sine data om befolkning og utforsk om modellen (1) kan passe på en norsk by/region, eventuelt/gjerne med andre antagelser i c) og d). Skriv ut dine antagelser og utregninger.

Oppgave 2

a) Bruk Euklids algoritme til å finne største felles faktor for 10 og 24. Bruk dette til å uttrykke den største felles faktoren som en lineær kombinasjon av 10 og 24.

b) Finn først én heltallsløsning av likningen $24x + 10y = 4$. Bruk så den løsningen til å skrive opp alle heltallsløsninger av likningen.

c) Tegn grafen til likningen $24x + 10y = 4$ i et koordinatsystem. Merk av minst to heltallsløsninger.

d) Hvis vi starter i en av heltallsløsningene og går 10 skritt bortover og 24 steg nedover i koordinatsystemet, kommer vi til en annen heltallsløsning. Finnes det noen heltallsløsning på grafen mellom disse to punktene? I tilfelle, hvorfor?

e) Vi har to spann, ett som rommer 24 desiliter og ett som rommer 10 desiliter, og vi skal måle opp nøyaktig 2 desiliter i et kar som vi ikke vet hvor stort er, men som rommmer minst 25 desiliter. Vi har tilgang til så mye vann vi vil, og vi kan slå ut så mye vann vi ønsker. Spannene har ingen andre målepunkter enn henholdsvis 24 og 10 liter. Kan du finne en måte å gjøre dette på? Og hvordan skal vi gjøre det med minst mulig forbruk av vann?

– *SLUTT* –