

Prøveeksamen MAT0100V våren 2015

Vedlegg: Tabeller over binomialkoeffisienter og standardnormalfordelingsfunksjonen.

OPPGAVE 1

Gjennom hjørnene i en trekant $\triangle ABC$ trekker vi tre linjer, l_A gjennom A parallell med BC , l_B gjennom B parallell med AC og l_C gjennom C parallell med AB . La A' være skjæringspunktet mellom l_B og l_C , la B' være skjæringspunktet mellom l_A og l_C og la C' være skjæringspunktet mellom l_A og l_B .

- Vis at $\triangle ABC$ og $\triangle A'B'C'$ er formlike med forholdet:
 $AB : A'B' = AC : A'C' = BC : B'C' = 1 : 2$.
- Vis at linjene AA' , BB' og CC' konkurrerer (går gjennom samme punkt).

OPPGAVE 2

- Finn ligningen til det geometriske stedet for punktene P som ligger dobbelt så langt fra y -aksen som fra punktet $(1, 0)$.
- Hva er symmetrilinjene til kurven som denne ligningen definerer?

OPPGAVE 3

- En vanlig kortstokk har 52 kort. Du stikker kortstokken godt og trekker fire kort, det ene etter det andre (uten å legge kortene tilbake i kortstokken).
 - Hva er sannsynligheten for at du får spar ess, hjerter ess, ruter ess og kløver ess i denne rekkefølgen?
 - Hva er sannsynligheten for at du får de fire essene (uansett rekkefølge)?
- I en klasse er det 12 jenter og 10 gutter. Seks av elevene skal få være med på en tur til London. Læreren bestemmer seg for å velge ut de seks elevene ved loddtrekning. Hva er sannsynligheten for at
 - tre gutter og tre jenter får bli med på turen
 - flere gutter enn jenter får bli med på turen

c) Du kaster fem terninger. Hva er sannsynligheten for at du får:

- (i) ingen seksere
- (ii) én sekser
- (iii) minst to seksere

d) Du kaster én terning 300 ganger. La X være antall seksere du får. Bestem $P(40 \leq X \leq 60)$.

OPPGAVE 4

Forsikringselskapet “Sol og varme” har spesialisert seg på reiseforsikringer for sydenturister. For en ukes sydentur koster reiseforsikringen 400 kroner. Hvis en kunde får stjålet eller mister noen av sine eiendeler, vil “Sol og varme” erstatte tapet. For enkelhets skyld antar vi at de mulige erstatningsbeløpene en kunde kan få er 0 kroner, 1000 kroner, 2500 kroner, 5000 kroner, 10 000 kroner og 50 000 kroner.

La den tilfeldige variabelen X stå for den erstatningen en tilfeldig valgt kunde vil få fra forsikringselskapet etter en sydentur. Vi antar at X har sannsynlighetsfordelingen gitt i tabellen:

k	0	1 000	2 500	5 000	10 000	50 000
$P(X = k)$	0.900	0.050	0.030	0.015	0.004	0.001

- a) Finn forventningsverdien til X . Hvorfor er denne en interessant størrelse for forsikringselskapet?
- b) Finn variansen og standardavviket til X . Hvilken benevnning har disse størrelsene?
- c) Forklar at selskapets fortjeneste på en forsikring er $Y = 400 - X$ når vi ser bort fra omkostningene. Hva er forventningen og standardavviket til Y ?

OPPGAVE 5

Vi har to esker. I eske I er det tre hvite og fem grønne kuler. I eske II er det fem hvite og tre grønne kuler. Du kaster et kronestykke. Hvis du får krone, trekker du tre kuler fra eske I. Hvis du får mynt, trekker du tre kuler fra eske II. Du trakk tre grønne kuler i et slikt forsøk. Hva er sannsynligheten for at du trakk dem fra eske I?

Tabellen gir binomialkoeffisientene $\binom{n}{r}$ for ulike verdier av n og r .

	$r = 2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$n = 3$	3	1									
4	6	4	1								
5	10	10	5	1							
6	15	20	15	6	1						
7	21	35	35	21	7	1					
8	28	56	70	56	28	8	1				
9	36	84	126	126	84	36	9	1			
10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1
13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78	13
14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91
15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365	455
16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008	4368	1820
17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448	12376	6188
18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758	31824	18564
19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378	75582	50388
20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756	167960	125970
21	210	1330	5985	20349	54264	116280	203490	293930	352716	352716	293930
22	231	1540	7315	26334	74613	170544	319770	497420	646646	705432	646646
23	253	1771	8855	33649	100947	245157	490314	817190	1144066	1352078	1352078
24	276	2024	10626	42504	134596	346104	735471	1307504	1961256	2496144	2704156
25	300	2300	12650	53130	177100	480700	1081575	2042975	3268760	4457400	5200300

	$r = 13$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$n = 13$	1											
14	14	1										
15	105	15	1									
16	560	120	16	1								
17	2380	680	136	17	1							
18	8568	3060	816	153	18	1						
19	27132	11628	3876	969	171	19	1					
20	77520	38760	15504	4845	1140	190	20	1				
21	203490	116280	54264	20349	5985	1330	210	21	1			
22	497420	319770	170544	74613	26334	7315	1540	231	22	1		
23	1144066	817190	490314	245157	100947	33649	8855	1771	253	23	1	
24	2496144	1961256	1307504	735471	346104	134596	42504	10626	2024	276	24	1
25	5200300	4457400	3268760	2042975	1081575	480700	177100	53130	12650	2300	300	25

**Tabellen gir arealet under standardnormalfordelings-
funksjonen til venstre for z for negative z -verdier**

z	Siste desimal i z									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3	0.0013	0.0010	0.0007	0.0005	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
-0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

**Tabellen gir arealet under standardnormalfordelings-
funksjonen til venstre for z for positive z -verdier**

z	Siste desimal i z									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000