

FORSLAG TIL LØSNINGER PÅ NOEN OPPGAVER FRA 23+24 JANUAR

① Fra seksjon 3.3 (side 13) i Flath & Co har vi en formel for temperaturen gitt som

$$T = \left(\frac{\frac{1}{4} S (1-\alpha)}{\sigma} \right)^{1/4} \cdot \left(\frac{1}{\epsilon} \right)^{1/4}$$

Kaller denne konstanten for K

T_1 og T_2 er slik at $T_2 - T_1 = 1$.

For T_1 har vi drivhusgassfaktoren $\epsilon_1 = 0,66$, mens for T_2 har vi ϵ_2 , som vi vil regne ut.

$T_2 = 1 + T_1$, det vil si

$$K \left(\frac{1}{\epsilon_2} \right)^{1/4} = 1 + K \left(\frac{1}{\epsilon_1} \right)^{1/4}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\epsilon_2} \right)^{1/4} = \frac{1 + K \left(\frac{1}{\epsilon_1} \right)^{1/4}}{K}$$

Opphever i (-4)

$$\Rightarrow \varepsilon_2 = \left(\frac{K}{1 + K \left(\frac{1}{\varepsilon_1} \right)^{1/4}} \right)^4$$

Sett inn verdier for σ , Soy a for utbet for a
 Rini K . Repn ut ε_2 .

2

a) Funksjonen e^{-bt} har derivet $\frac{d}{dt}(e^{-bt}) = e^{-bt} \cdot (-b)$

Dermed er

$$\begin{aligned} T'(t) &= T(t) \cdot (-b) e^{-bt} + \frac{a}{b} (-1) (-b) e^{-bt} \\ &= (-b) T(t) e^{-bt} + a e^{-bt} \end{aligned}$$

$$= T(t) - \frac{a}{b} (1 - e^{-bt}) \text{ fra definisjonen av } T(t)$$

$$= (-b) \left(T(t) - \frac{a}{b} (1 - e^{-bt}) \right) + a e^{-bt}$$

$$= -bT(t) + a(1 - e^{-bt}) + a e^{-bt}$$

$$= a - bT(t).$$

Dette viser at $T(t) = T(t) e^{-bt} + \frac{a}{b} (1 - e^{-bt})$ løser

$$\text{ODL'en } T'(t) = a - bT(t)$$

b) Siden $b > 0$, vil e^{-bt} bli mindre og mindre jo større t blir. Når $t \rightarrow \infty$, vil $e^{-bt} \rightarrow 0$.

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} T(t) &= T(0) \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-bt} + \frac{a}{b} (1 - \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-bt}) \\ &= T(0) - 0 + \frac{a}{b} (1 - 0) \\ &= \frac{a}{b}\end{aligned}$$

c) Vi vet at $T'(s) = a - bT(s)$ (bundes s for tiden istedet for t). Fra produktregel for derivasjon har vi

$$\begin{aligned}\frac{d}{ds} (e^{bs} T(s)) &= b e^{bs} T(s) + e^{bs} T'(s) \\ &= b e^{bs} T(s) + e^{bs} (a - bT(s)) \\ &= a e^{bs}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{ds} (e^{bs} T(s)) = a e^{bs} \quad | \cdot ds$$

$$\Rightarrow d(e^{bs} T(s)) = a e^{bs} ds \quad | \text{ integrer fra } 0 \text{ til } t$$

$$\Rightarrow \int_0^t d(e^{bt} T(t)) = \int_0^t a e^{bt} dt$$

\parallel \parallel
 $e^{bt} T(t) - e^{b \cdot 0} T(0)$ $a \cdot \frac{1}{b} (e^{bt} - 1)$
 $\stackrel{b \cdot 0}{=} 1$

$$\Rightarrow e^{bt} T(t) - T(0) = \frac{a}{b} (e^{bt} - 1)$$

$$\Rightarrow e^{bt} T(t) = T(0) + \frac{a}{b} (e^{bt} - 1) \quad | \cdot e^{-bt}$$

$$\underline{T(t) = T(0) e^{-bt} + \frac{a}{b} (1 - e^{-bt})}$$

Denne deloppgaven er leen til infomasjon, og ikke eksamensrelevant!

Tilleggsoppgave for de som vil:

Seserifunksjonen for daglige temperaturer gjennom året tar ofte formen

$$S(t) = A + B \cos(\omega t + \varphi)$$

der A er et fast middelværdi, B er amplituden og

ϕ er frekvensen. Maksimumtemperatur er $A+B$, og minimum er $A-B$. δ er faseforskyvning, altså når meter/min rindtæller.

- Fin ϕ og δ slik at du får en åstlig løsning, med minimumtemp 1. januar (sun kilvner $t = 0$).

- Vis at $S(t)$ løser ODE'en

$$S''(t) = \phi^2 (A - S(t))$$

④

a) Fin ut selv!

b) Energiflukstettheten er $S = 1367,6 \text{ W/m}^2$,
fin side a i Flak.

Hvis all denne energien kan høstes, vil vi fin et solpanel på størrelse med 1 m^2 kunne høste

$$1367,6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot 1 \text{ h} = 1367,6 \text{ Wh}$$

$$= 1,3676 \text{ kWh}$$

på 1 time

Det er $24 \cdot 365 = 8760$ timer i 1 år.

Nå vil ikke stå stille alle disse timene, siden den ikke er oppre på vatten! La oss tenke oss at den står i 12 av døgnets 24 timer (selvsagt ved elevatoren!)

$$\begin{aligned} \text{Totalproduksjon} &= 1,3676 \text{ kWh} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8760 \\ &= \underline{\underline{5990 \text{ kWh}}} \end{aligned}$$

c) Fra nettet finner vi at $1 \text{ hk} = 735,5 \text{ W}$,

$$\text{eller } 1 \text{ hk} = 0,7355 \text{ kW}$$

En motoreffekt på 286 hk blir dermed

$$286 \text{ hk} = 286 \cdot 0,7355 \text{ kW} = 210,35 \text{ kW}$$

som stemmer (nesten) med opplysningene.