

# MAT1050 Matematikk for anvendelser 1

## Oppgaver til uke 40

3. oktober 2022

**Fra kompendiet, kapittel 7:** Oppgave 1a, 1b, 2a, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10b, 11b, 12c, 13, 17, 18, 19,

### Ekstra Oppgaver:

a) Finn maksimums- og minimumspunktene til  $f(x, y) = xy$  på område  $V$  begrenset av  $x$ -aksen,  $y$ -aksen og den rette linjen  $x + y = 1$ .

b) Finn maksimums- og minimumspunktene til  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - xy + 1$  på sirkelskiven

$$V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

*Hint: På randa  $\partial V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$ , bytt til polarkoordinater.*

c) Finn maksimums- og minimumspunktene til  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 + 1) + \frac{x^2}{2} + y^2$  på sirkelskiven

$$V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

d) La  $n > 1$  være et naturlig tall. La  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$  være  $n$  punkter i planet som er slik at  $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$ . Vi betrakter funksjonen  $Q : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definert ved

$$\begin{aligned} Q(a, b) &= \sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i)^2 \\ &= a^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2ab \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n b^2 - 2a \sum_{i=1}^n x_i y_i - 2b \sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^n y_i^2. \end{aligned}$$

Vi så i timen at punktet  $(a, b)$  der

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2} \quad \text{og} \quad b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

er et kritisk punkt. Bruk Teorem 7.5.3 til å vise punktet  $(a, b)$  er et globalt minimumspunkt.