

Prøveeksamen nr. 2, MAT 1050

OPPGAVE 1

La D være området i (x, y) -planet avgrenset av x -aksen, linjene $x = -\ln 2$ og $x = \ln 2$, og grafen til funksjonen $f(x) = e^x$.

- Vis at arealet til D er $\frac{3}{2}$.
- Finn x -koordinaten til tyngdepunktet til området D .

OPPGAVE 2

En plan kurve C er gitt ved parameterframstillingen

$$\mathbf{r}(t) = (2 - \cos t, -1 + \sin t) \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

- Finn buelengden av kurven C .
- Finn integralet av funksjonen $f(x, y) = xy - x + y$ langs kurven C .
- Finn integralet av vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y) = (1 + y, 2 - x)$ langs med kurven C .

OPPGAVE 3

Gitt et vektorfelt $\mathbf{F}(x, y) = (x^3 + ye^x, x + y^2 + e^x)$. Bruk Greens teorem til å beregne integralet av vektorfeltet langs sirkelen gitt ved $x^2 + y^2 = 1$, med positiv omløpsretning (mot klokka).

OPPGAVE 4

Betrakt funksjonen

$$f(x, y) = xy - x + y$$

- Regn ut gradienten $\nabla(f)$ til funksjonen f .
- Regn ut kurveintegralet av vektorfeltet $\nabla(f)$ langs parabellen $x = \frac{1}{4}y^2$ mellom punktene $(0, 0)$ og $(1, 2)$.
- Nivåkurvene til funksjonen f kan parametriseres ved $\mathbf{r}(t) = (t - 1, 1 + \frac{C}{t})$. Vis at gradienten $\nabla(f)$ står normalt på tangenten til nivåkurvene

OPPGAVE 5

- Et dynamisk system er gitt ved

$$\begin{aligned}x'(t) &= x - 2y \\y'(t) &= 4x - 3y\end{aligned}$$

Bestem likevektpunktets natur

b) Et differensiallikningsystem er gitt ved

$$x'(t) = x + y - 3$$

$$y'(t) = -x + 4y - 2$$

Finn likevektstilstanden for systemet.

SLUTT.