UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT1050 — Matematikk for anvendelser 1
Eksamensdag:	Fredag 31. mai 2019
Tid for eksamen:	09.00 – 13.00
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Formelark
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent lommeregner. Ett håndskrevet eller trykt ark

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Alle punktene (1a, 1b, 2 osv.) teller i utgangspunktet likt i sensuren. Dersom det er et punkt du ikke får til, kan du likevel bruke opplysningene derfra i senere punkter. Husk å begrunne svarene dine.

Oppgave 1

Regn ut dobbeltintegralene:

a) $\iint_R xye^{x^2}\,dA$ der $R = [0,1] \times [0,2]$.

b) $\iint_R 2x^2y\,dA$ der R er det begrensede området i første kvadrant mellom kurvene $y = x^2$ og $y = 2x$.

Oppgave 2

Finn volumet til området som ligger under grafen til $f(x,y) = 16 - x^2 - y^2$ og over xy-planet.

Oppgave 3

Regn ut linjeintegralet $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ når $\mathbf{F}(x,y) = (xy, x-y)$ og C er kurven parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = (t^2, t^3)$, der t går fra 0 til 1.

Oppgave 4

a) Vis at vektorfeltet gitt ved

$$\mathbf{F}(x,y) = (3x^2y + 2y, x^3 + 2x + \sin y)$$

er konservativt og finn en potensialfunksjon.

b) Finn verdien til linjeintegralet $\oint_C \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$ når $\mathbf{G}$ er vektorfeltet gitt ved

$$\mathbf{G}(x,y) = (3x^2y + 2y - 4xy^2, x^3 + 2x + \sin y)$$

og C er randkurven til kvadratet med hjørner i $(0,0), (1,0), (1,1), (0,1)$, orientert mot klokka.

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 5

a) Finn likevektspunktet til systemet

$$x' = 4x + 8y + 2$$
$$y' = 2x - 2y - 5$$

og avgjør hva slags likevektspunkt det er.

b) Finn løsninger $x(t)$ og $y(t)$ av differensialligningssystemet

$$x' = 4x + 8y$$
$$y' = 2x - 2y$$

slik at $x(0) = 0$ og $y(0) = -5$.

Oppgave 6

I denne oppgaven er f funksjonen gitt ved

$$f(x, y) = x^2 + 2x + \frac{y^2}{2}$$

a) Regn ut de første- og annenordens partiellderiverte til f.

b) Undersøk om f har kritiske punkter, og avgjør i så fall om de er lokale minimumspunkter, lokale maksimumspunkter eller sadelpunkter.

c) Finn den største og minste verdien til f når $x^2 + y^2 \leq 9$.

SLUTT