11. februar 2019

MAT1050

Obligatorisk oppgave 1 av 2, vår 2019

Innleveringsfrist

Torsdag 28. februar 2019, klokken 14:30, i Canvas.

Instruksjoner

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner den, eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer, og den skal lastes opp i Canvas. *For å få denne obligatoriske oppgaven godkjent må du ha en skår på minst 50 %.*

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) i god tid før innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her (men erstatt alt som står om Devilry med Canvas!):

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

Oppgave 1. La $f(x, y) = y \sin(x + y^2)$ og regn ut de partiellderiverte:

a) $\frac{\partial f}{\partial x}$

b) $\frac{\partial f}{\partial y}$

Oppgave 2. Avgjør om rekkene konvergerer eller divergerer:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$.

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(\frac{1}{n^2})$.

c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$

Oppgave 3. a) Vis at $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$.
Definer en funksjon f ved

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x-1}{x} & \text{for } x \neq 0 \\ \\ 1 & \text{for } x = 0 \end{cases}$$

b) Bruk et Taylorpolynom til e^x til å vise at for alle x slik at $0 \leq x \leq 1$, så er

$$f(x) = 1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{6} + \frac{x^3}{24} + \frac{x^4}{120} + R(x)$$

der $|R(x)| \leq \frac{x^5}{240}$.

c) Bruk formelen i b) til å finne en tilnærmet verdi for integralet $\int_0^1 f(x)\, dx$ og vis at feilen er mindre enn 10^{-3}.

Oppgave 4. Man kan vise at for alle reelle tall a er

$$\int e^x \cos(ax)\; dx = \frac{e^x}{1+a^2}(\cos ax + a \sin ax) + C$$

og

$$\int e^x \sin(ax)\; dx = \frac{e^x}{1+a^2}(\sin ax - a \cos ax) + C$$

a) La $f(x) = e^x$ på intervallet $[0, 2\pi)$ og utvid f til en 2π-periodisk funksjon. Bruk formlene ovenfor til å finne Fourierrekken til f når $T = 2\pi$.

b) Vis formelen

$$\int e^x \cos(ax)\; dx = \frac{e^x}{1+a^2}(\cos ax + a \sin ax) + C$$

ved integrasjon (*Hint:* Bruk delvis integrasjon to ganger.)

SLUTT