15

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ -4 & -1 & 1 \\ -5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

a)
$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ -4 & -1 & 1 \\ -5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

11 : $1 \cdot 6 + 0 \cdot (-4) + 1 \cdot (-5) = 1$
12 : $1 \cdot 2 + 0 \cdot (-1) + 1 \cdot (-2) = 0$
13 : $1 \cdot (-1) + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0$
21 : $(-1) \cdot 6 + 1 \cdot (-4) + (-2) \cdot (-5) = 0$
22 : $(-1) \cdot 2 + 1 \cdot (-1) + (-2) \cdot (-2) = 1$
23 ... $= 0$
31 ... $= 0$
32 ... $= 0$
33 $3 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 1$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Hvorfor er $B = A^{-1}$?

Begge er kvadratiske matriser
Og produktet er I
Def. 2.2.2

c) $B \cdot A = I$

d) $C = A \cdot A^T$, vis at C er symmetrisk

Def 2.2.5 Vi må vise at
$C = C^T$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

c_{11} : $1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 = 2$
c_{12} : $1 \cdot (-1) + 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = -3$
c_{21} : $(-1) \cdot 1 + 1 \cdot 0 + (-2) \cdot 1 = 3$
c_{13} : $1 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 5$
c_{31} : $3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 5$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -3 & 6 & -5 \\ 5 & -5 & 17 \end{pmatrix}$$

$$C^T = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -3 & 6 & -5 \\ 5 & -5 & 17 \end{pmatrix} \qquad C = C^T$$

Generelt

$C = A \cdot A^T$

$$C^T = (A \cdot A^T)^T = (A^T)^T \cdot A^T = A \cdot A^T = C$$

20

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 9 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, 4×2

$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 2×4

$A \cdot B$ 4×4

$4 \times 2 = 2 \times 4$

$A \cdot B = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -2 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 6 \\ 8 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$B \cdot A = 2 \times 2$

$2 \times 4 = 4 \times 2$

$B \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

3×3 3×2

$A \cdot B = 3 \times 2$

$3 \times 3 = 3 \times 2$

$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

$B \cdot A$ gir ikke mening

$3 \times 2 \neq 3 \times 3$

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 1×3

$B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 3×1

$A \cdot B$ $B \cdot A$

$1 \times 3 = 3 \times 1$ 3×1 1×3

$A \cdot B = 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 1 = 2$

$B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

d) $A = (2)$

$B = (3)$

$A \cdot B = 2 \cdot 3$
$B \cdot A = 3 \cdot 2$ $= 6$