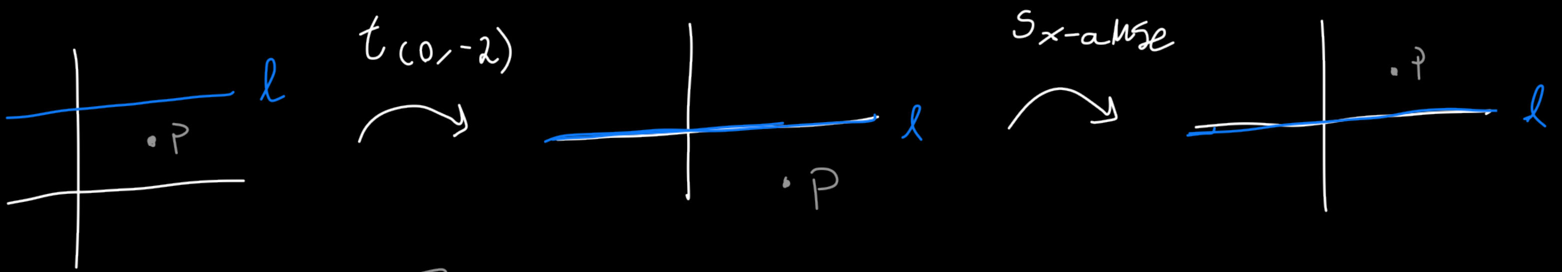
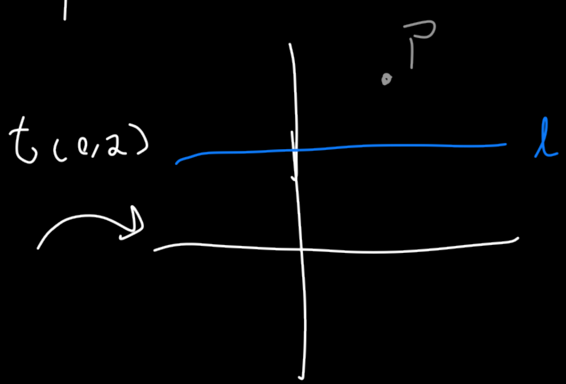
87 a) Vi skal finne avbildningen som tilsvarer refleksjonen om linjen $y = 2$. Her vil vi få bruk for eks. 4.2.7, og velger ett punkt på linjen (f.eks. $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$). Vi skal så flytte linjen med vektoren $-\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ slik at vi har refleksjonslinjen gjennom origo. Vi vet hvordan en refleksjon gjennom origo ser ut (Lemma 4.2.9), og til slutt flytter vi linjen opp med vektoren $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$. Visuelt prosessen slik ut;





Her ser vi nå at punktet P har blitt reflektert om linjen l, ved hjelp av denne prosessen.

Algebraisk tilsvarer denne prosessen til følgende utregning:

$$R(\vec{x}) = t_{(0,2)} \circ S_{x\text{-akse}} \circ t_{(0,-2)}(\vec{x})$$

$$= t_{(0,2)} \circ S_{x\text{-akse}}\left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}\right)$$

$$= t_{(0,2)}\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}\right)\right)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

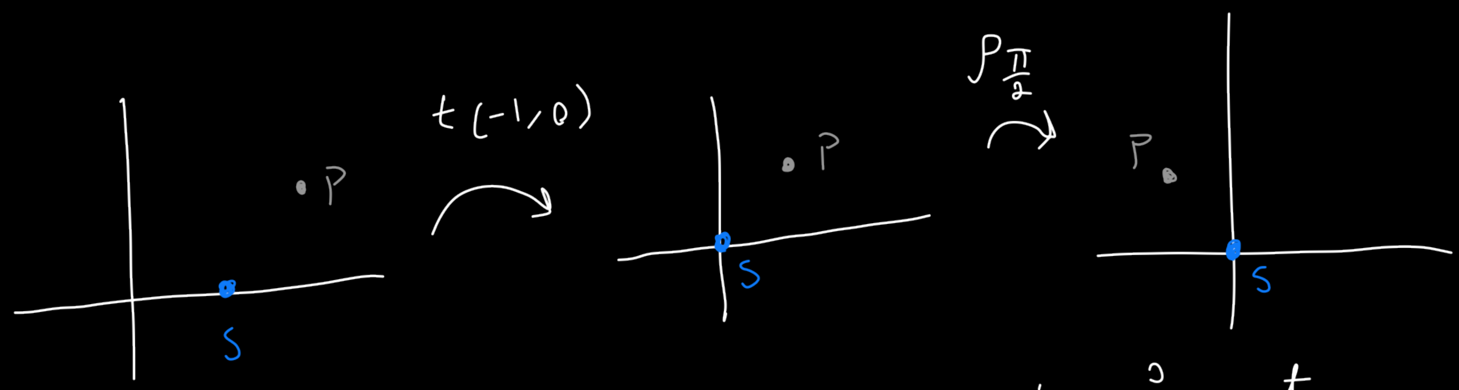
$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

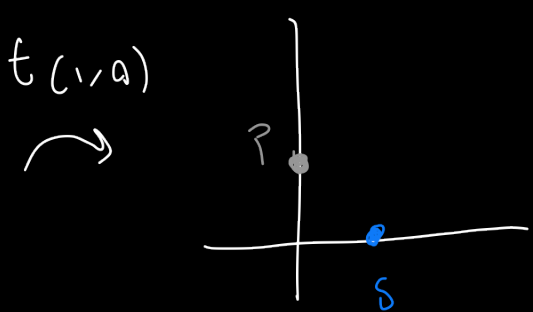
$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\vec{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$R(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\vec{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

88 a) Vi skal finne avbildningen som tilsvarer til en rotasjon om $\binom{1}{0}$ med vinkel $\frac{\pi}{2}$. Her vil vi få bruk for eks. 4.2.5.

Her ønsker vi å flytte rotasjonssenteret tilbake til origo, og flytter alt med vektoren $-\binom{1}{0}$. Vi vet hvordan en rotasjon om origo ser ut (nederst til høyre side 47 $\rho_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$). Til slutt flytter vi alt med vektoren $\binom{1}{0}$, slik at rotasjonssentrumet er $\binom{1}{0}$. Visuelt ser det slikt ut:





Her ser vi nå at punktet P har rotert med $\frac{\pi}{2}$ om S, ved hjelp av denne prosessen.

Algebraisk ser denne prosessen slik ut:

$$R(\vec{x}) = t_{(1,0)} \circ \rho_{\frac{\pi}{2}} \circ t_{(-1,0)}(\vec{x})$$

$$= t_{(1,0)} \circ \rho_{\frac{\pi}{2}} \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right)$$

$$= t_{(1,0)}\left(\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right)\right)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$R(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$