Prøveeksamenssett nr. 2 (fasit)

Oppg. 5

a) Rotasjonssymmetrier:

* Rotasjoner av orden 6 med sentrum i et hjørne
* Rotasjoner av orden 3 med sentrum i midten av en trekant
* Rotasjoner av orden 2 med sentrum på midten av en side i en trekant

Speilingssymmetrier:

* Speiling om en av linjene i mønsteret
* Speiling om en linje som går gjennom

et hjørne i en trekant og står normalt på motstående side.

b) La a_0, a_1, a_2 være som på figuren. For hvert gitterpunkt p i K finnes det nøyaktig én translasjonssymmetri av K som sender O på p. Gitterpunktene er

$$\{ma_0 + na_1 \mid m, n \in \mathbb{Z}\}$$

$\Rightarrow$ T_{a_0}, T_{a_1} er generatorer for translasjonssymmetriene.

c) La L være linja gjennom O og a_1.

S = speiling i L

Da er

$$G(x) = S(x) + n \cdot a_0$$

en glidrefleksjon for alle heltall

$n \neq 0$, og G er en symmetri av K.

Oppgave 6

Vi velger

z-aksen = aksen som går gjennom de to karbonatomene.

origo = midtpunktet mellom de to karbonatomene.

(i) "Eclipsed" etan har symmetrigruppe

som pyramiden over en likesidet trekant,

altså

$$\mathrm{Sym}_0(M) = D_3.$$

I tillegg har M en speilingssymmetri

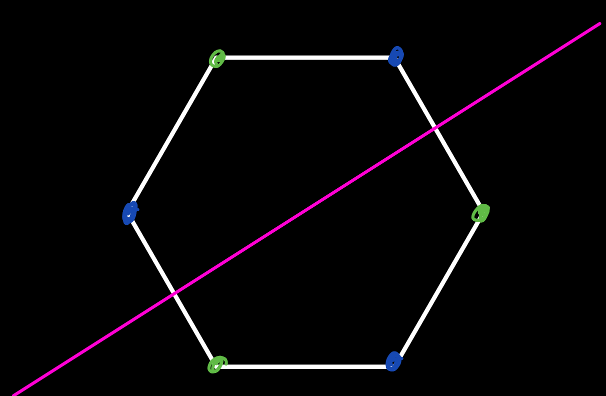
i xy-planet.

(ii) "Staggered" etan:

Vi projiserer hydrogenatomene ned i

xy-planet og får et regulær

6-kantet polygon:



De orienteringsbevarende symmetriene

er generert av

* en rotasjon om z-aksen med vinkel $\frac{2\pi}{7}$

* en rotasjon om den røde linja i

  xy-planet med vinkel π.

Dette gir $\mathrm{Sym}_0(M) = D_7$.

I tillegg har M en rotasjonsspeiling

om z-aksen med vinkel $\frac{\pi}{7}$.

Prøveeksamensett nr. 3

Oppgave 1

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

a) $$A^T \cdot A = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} = I.$$

b) $$\det(A) = \frac{1}{27}\left[(-1)\cdot 3 - 2\cdot 6 + 2\cdot(-6) \right)$$

$$= \frac{1}{27}\left(-3 - 12 - 12 \right) = -1$$

Da A ikke er symmetrisk, representerer

A en rotasjonsspeiling, og 1 er ikke en egenverdi for A.

c) Fordi A er ortogonal, er ± 1 de eneste mulige reelle egenverdiene.

$-1 = \det(A)$ er en egenverdi.

1 er ikke noen egenverdi.