6. april 2021

# MAT1060

## Obligatorisk oppgave 2 av 2

### Innleveringsfrist

Torsdag 22. april 2021, klokken 14:30 i Canvas (canvas.uio.no).

### Instruksjoner

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

I oppgaver der du blir bedt om å programmere må du legge ved programkoden og levere den sammen med resten av besvarelsen. Det er viktig at programkoden du leverer inneholder et kjøreeksempel, slik at det er lett å se hvilket resultat programmet gir.

### Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) i god tid før innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

### For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

Alle delspørsmålene teller like mye. For å få godkjent besvarelsen trengs det ca. 70% av maksimal uttelling.

**Oppgave 1.** La $S$ være speilingen (=refleksjonen) av planet i linja

$$x + 2y = -1,$$

og la $S'$ være speilingen av planet i linja

$$2x - y = 3.$$

(i) Sammensetningen $R = S \circ S'$ er en rotasjon av planet (som vist i forelesningene). Finn rotasjonssenteret og –vinkelen til $R$.

(ii) Er $S' \circ S = S \circ S'$ ?

**Oppgave 2.** La $R$ være rotasjonen av planet som holder punktet $(2, -1)$ fast og sender $(5, 0)$ på $(1, 2)$.

(i) Uttrykk $R$ på formen

$$R(x) = Ax + b,$$

hvor $A$ er en ortogonal $2 \times 2$ matrise og $b \in \mathbb{R}^2$.

(ii) Bestem rotasjonsvinkelen til $R$.

**Oppgave 3.** La $m$ være isometrien av rommet representert ved matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Hva slags isometri er $m$? Bestem fikspunktmengden til $m$.

*Fortsetter på neste side!*

**Oppgave 4.** Vi betrakter ortogonale $3 \times 3$ matriser $A$ som har determinant 1 og er forskjellige fra identitetsmatrisen $I$. Skriv en funksjon $\mathrm{rot}(A)$ i Python/NumPy som returnerer et par $w, t$ slik at $A$ representerer en rotasjon om linjen $\mathbb{R}w$ med vinkel $t$. Her er et forslag til algoritme:

- Hvis Frobenius-normen $\|A - I\| < 10^{-9}$, skal funksjonen terminere med meldingen "Funksjonen er ikke definert for identitetsmatrisen".
- Finn en egenverdi $h$ til $A$ slik at $|h - 1| < 10^{-10}$. La $w = (w_1, w_2, w_3)$ være en tilhørende egenvektor med norm 1.
- Velg en indeks $j$ slik at $|w_j| < 0.6$. La $v_0 = e_j \times w$ (kryssprodukt), hvor $e_j$ er den $j$te basisvektor for $\mathbb{R}^3$. Sett $v = v_0/\|v_0\|$ og $u = v \times w$.
- La $p = Au \cdot u$ og $q = Au \cdot v$ (skalarprodukt). La $a = \arccos(p)$. Sett
$$t = \begin{cases} a & \text{hvis } q \geq 0, \\ -a & \text{hvis } q < 0,. \end{cases}$$
- Returner paret $w, t$.

Test funksjonen på eksempelet i Oppgave 3.