21. februar 2021

MAT1060

Obligatorisk oppgave 1 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 11. mars 2021, klokken 14:30 i Canvas (canvas.uio.no).

Instruksjoner

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

I oppgaver der du blir bedt om å programmere må du legge ved programkoden og levere den sammen med resten av besvarelsen. Det er viktig at programkoden du leverer inneholder et kjøreeksempel, slik at det er lett å se hvilket resultat programmet gir.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) i god tid før innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

Alle delspørsmålene teller like mye. For å få godkjent besvarelsen trengs det ca. 70% av maksimal uttelling.

Oppgave 1.

(i) Vi betrakter det dynamiske systemet med overgangsmatrise

$$A = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 3/4 & 0 & 0 \\ 0 & 3/4 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

Tegn et boks-diagram som illustrerer dette systemet.

(ii) Er A en stokastisk matrise? Finn alle likevektstilstander for systemet.

(iii) Regn ut det karakteristiske polynomet til A.

(iv) Bestem alle reelle egenverdier til A.

(v) Regn ut den inverse matrisen A^{-1}. Er A^{-1} en stokastisk matrise?

(vi) La

$$v_1 = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Vis at $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3\}$ er en basis for $\mathbb{R}^3$.

(vii) La $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ være den lineære avbildningen gitt ved $T(v) = Av$. Finn matrisen til T relativt til basisen $\mathcal{B}$.

(viii) Bruk python til å beregne $A^{100}v_2$ og $A^{100}v_3$ numerisk. (En utskrift av beregningen skal inkluderes i besvarelsen.)

Oppgave 2.

(i) Vis at $\mathcal{B} = \{e^x, xe^x, x^2e^x\}$ er en lineært uavhengig mengde av funksjoner.

(ii) La V være vektorrommet generert av disse funksjonene, dvs.

$$V = \{ae^x + bxe^x + cx^2e^x \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}.$$

La $D : V \to V$ være den lineære avbildningen som sender en funksjon på dens deriverte. Finn matrisen til D relativt til basisen $\mathcal{B}$.

Oppgave 3.

(i) Bestem rangen til matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -6 \\ 2 & 7 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

(ii) Finn en basis for søylerommet til A.