

“Prøveunderveiseksamen” i MAT 1100, H-03

Denne prøveeksamenen har samme format som den “virkelige” underveiseksamenen, og inneholder oppgaver av samme type og vanskelighetsgrad. De 15 første oppgavene teller 2 poeng hver, de siste 5 teller 4 poeng hver. Den totale poengsummen er altså 50. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å krysse av på et spørsmål, får du null poeng. Du blir altså ikke “straffet” for å svare feil. HUSK AT KALKULATOR IKKE ER TILLATT!!

1. Den deriverte til $f(x) = \arcsin(x^2)$ er:

- $\frac{1}{\sqrt{1-x^4}}$
- $\frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$
- $2x \arccos(x^2)$
- $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $\arccos(x^2)$

2. Den deriverte til $f(x) = x^2 \cot x$ er:

- $2x \cot x$
- $2x \tan x$
- $\frac{x^2 \cos x}{\sin x}$
- $-\frac{2x}{\sin^2 x}$
- $2x \cot x - \frac{x^2}{\sin^2 x}$

3. Det komplekse tallet $\frac{1-i}{1+2i}$ er lik:

- $\frac{-1-3i}{5}$
- $2 + 17i$
- $\frac{1+3i}{5}$
- $\frac{3-3i}{5}$
- $1 - \frac{1}{2}i$

4. Polarkoordinatene til det komplekse tallet $-4 + 4i$ er:

- $r = 4\sqrt{2}, \theta = \frac{\pi}{4}$
- $r = 4\sqrt{2}, \theta = \frac{-\pi}{4}$
- $r = 4, \theta = \frac{3\pi}{4}$
- $r = 4, \theta = \frac{2\pi}{3}$
- $r = 4\sqrt{2}, \theta = \frac{3\pi}{4}$

5. Polarkoordinatene til et komplekst tall er $r = 4, \theta = \frac{5\pi}{6}$. Tallet er:

- $-2\sqrt{3} + 2i$
- $-2\sqrt{2} + i2\sqrt{2}$
- $2\sqrt{3} + 2i$
- $-2 + i2\sqrt{3}$
- $-4\sqrt{3} + 4i$

6. Det komplekse tallet $e^{i\pi/3} \cdot \overline{(1+i)}$ er lik:

- i
- $\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1) + \frac{i}{2}(\sqrt{3}-1)$
- $-i$
- $\frac{1}{2}(-\sqrt{3}+1) - \frac{i}{2}(\sqrt{3}-1)$
- $i+1$

7. Det *reelle* polynomet $P(z) = z^4 + az^3 + bz^2 + cz + d$ har i og $3i$ som røtter. Den reelle faktoriseringen til $P(z)$ er:

- $(z-i)^2(z-3i)^2$
- Har ikke nok opplysninger til å finne faktoriseringen
- $(z^2+1)(z-3)(z+3)$
- $(z^2+1)(z^2+6z+9)$
- $(z^2+1)(z^2+9)$

8. Grenseverdien $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+2x}{7x-3x^3}$ er lik:

- $\frac{2}{7}$
- 0
- ∞
- $-\frac{1}{3}$
- $-\frac{2}{3}$

9. Grenseverdien $\lim_{x \rightarrow 0} x \cot(2x)$ er lik:

- 0
- 1
- ∞
- $\frac{1}{2}$
- 2

10. Grenseverdien $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^{3x}$ er lik:

- 0
- e^6
- ∞
- 1
- $e^{3/2}$

11. Grenseverdien $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x})$ er lik:

- 0
- 2
- ∞
- 1
- $\frac{1}{2}$

12. For hvilket tall a er funksjonen $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x} & \text{hvis } x \neq 0 \\ a & \text{hvis } x = 0 \end{cases}$ konti-

nuerlig?

- $a = 2$
- Ingen verdi av a
- $a = \infty$
- $a = 1$
- $a = 0$

13. Funksjonen $f(x) = x^3 + 2x + 1$ har en omvendt funksjon f^{-1} . Den deriverte $(f^{-1})'(1)$ er lik:

- 5
- $\frac{1}{5}$
- $\frac{1}{2}$
- 2
- $-\frac{1}{2}$

14. Når $x \rightarrow \infty$, har funksjonen $f(x) = x(\sin(\frac{1}{x}) + 1)$ asymptoten:

- $y = x$
- Den har ingen asymptote
- $y = x + 1$
- $y = 2$
- $y = 2x - 1$

15. Integralet $\int \frac{x}{1+x^4} dx$ er lik:

- $\frac{1}{2} \arctan x^2$
- $x \ln(1 + x^4)$
- $\frac{1}{x} \ln(1 + x^4)$
- $\frac{x^2/2}{x+x^5/5}$
- $x \arctan x^2$

16. Det komplekse tallet $(1 + i)^{17}$ er lik:

- $2^8(1 + i)$
- $2^8(1 - i)$
- $-i$
- $2^{17/2}i$
- $2^{17/2}(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$

17. Funksjonen $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$ er injektiv når vi begrenser definisjonsområdet til dette intervallet:

- $(-\infty, 0]$
- $[-2, 1]$
- $[0, \infty)$
- $[\frac{1}{2}, 3]$
- $[-1, 2]$

18. Du skal bruke definisjonen av konvergens til å vise at følgen $\{a_n\}$ gitt ved $a_n = \frac{n+\sqrt{n}}{n}$ konvergerer mot 1. Gitt $\epsilon > 0$, hvor stor må du velge N for at $|a_n - 1| < \epsilon$ for alle $n \geq N$?

- Større enn $\max\{\frac{\epsilon}{2}, 1\}$
- Større enn $\frac{1}{\epsilon}$
- Større enn $\frac{1}{\epsilon^2}$
- Større enn $\frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$
- Større enn $\frac{2}{\epsilon}$

19. Hvilken ulikhet gjelder for alle $x \in (0, 1)$?

- $\arcsin x < \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$
- $\arcsin x < x^2$
- $\arcsin x < x$
- $\arcsin x > x + \frac{x^2}{2}$
- $\arcsin x < x + \frac{x^2}{2}$

20. Et fly flyr i konstant høyde 8km over bakken. Avstanden til en radar på bakken er 10km og øker med 480km/t. Hvor fort flyr flyet?

- 480km/t
- 384km/t
- 600km/t
- 800km/t
- 640km/t