MAT 1100: Obligatorisk oppgave 2, H-08

Innlevering: *Senest fredag 7. november, 2008. kl. 14.30 på Ekspedisjonskontoret til Matematisk institutt (7. etasje NHA). Du kan skrive for hånd eller på datamaskin men besvarelsen må uansett leveres på papir. Erfaringsmessig blir det lange køer ved skriverne og på ekspedisjonskontoret rett før innleveringsfristen, så det er smart å levere tidligere.*
Obligen skal leveres med egen forside som du finner på:

http://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/MAT1100/h08/obliger.xml

(det ligger lenke til denne siden på kurs-hjemmesiden, og det vil også være papirkopier av forsiden tilgjengelig ved innlevering). På nettsiden over finner du også regelverket for obliger ved Matematisk institutt. Husk spesielt å søke om utsettelse til *studieinfo@math.uio.no* før innleveringsfristen dersom du blir syk !

Instruksjoner: *Oppgaven er obligatorisk, og studenter som ikke får besvarelsen godkjent, vil ikke få adgang til avsluttende eksamen. For å få besvarelsen godkjent, må man ha 50% score, og det vil bli lagt vekt på en klar og ryddig besvarelse med gode begrunnelser. Alle svar skal begrunnes. Du kan få poeng på en oppgave selv om du ikke er kommet frem til et svar, og det er derfor viktig at du leverer inn alt du har kommet frem til. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som gjennom besvarelsen viser at de har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse.*

Det er lov til å samarbeide og å bruke alle slags hjelpemidler. Den innleverte besvarelsen skal imidlertid være skrevet av deg og gjenspeile din forstålse av stoffet. Er vi i tvil om om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntelig redegjørelse.

Oppgavesetttet er på 2 sider. Det er bare en oppgave. Den kan løses utifra pensum til og med 9.1. (NB. Det klart at deler av teorien fra 8.4 utdypes i 9.2 så teorien fra 9.2 kan også være nyttig) Alle delpunkter teller forøvrig likt.

Oppgave.

La $f(x) = \arctan x - \frac{x}{1+x}$, $x \neq -1$.

a) Finn den deriverte til $f(x)$ og finn hvor $f(x)$ vokser og avtar.

b) Finn alle asymptoter til $f(x)$. Finn eventuelle lokale og globale ekstrempunkter til $f(x)$. Finn alle nullpunkter til $f(x)$.

c) Finn arealet under grafen $y = f(x)$ over x-aksen mellom $x = 0$ og $x = 1$.

d) Definer en ny funksjon $g(x)$ ved

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x^2} & \text{når } x > -1 \text{ og } x \neq 0 \\ 1 & \text{når } x = 0 \end{cases}$$

Vis g er kontinuerlig i 0.

e) Finn volumet av det området vi får når området under grafen $y = \arctan x^2$, over x-aksen og mellom $x = 0$ og $x = 1$ dreies rundt y-aksen.

f) Vis at $f''(x) = -2\frac{3x^3+x^2+x-1}{(1+x^2)^2(1+x)^3}$.
Vis at $f(x)$ har et vendepunkt $x_0 \in (0,1)$ og finn hvor $f(x)$ er konveks og konkav (utrykt blant annet ved x_0) og forklar hvorfor f ikke har flere vendepunkt enn x_0. (NB. Utifra den presise definisjonen av vendepunkt nederst på side 283, er -1 ikke vendepunkt for $f(x)$ (siden f ikke definert i -1))
Tegn en skisse av grafen til $f(x)$.

SLUTT