

Oppgaver som ikke var gjort fra
før

Plenum

26/11-13

7.6: Arcusfunksjonene

5.) $f(x) = x \arctan x$

a) Voksende og avtagende?

$$f'(x) = \underbrace{\arctan x}_{\text{prod. regel}} + \frac{x}{1+x^2}$$

MERK: $\arctan x \geq 0$ hvis $x \geq 0$ (se f. eks. fig. 7.6.3)

$$\arctan x < 0 \quad \text{---} \quad x < 0$$

$\frac{x}{1+x^2}$ har også samme fortegn som x

\Downarrow (begge ledd har samme fortegn som x)

$f'(x)$ har samme fortegn som x .

\Downarrow

$f'(x) \geq 0$ for $x \in [0, \infty)$, $f'(x) < 0$ for $x \in (-\infty, 0)$

\Downarrow

f er voksende på $[0, \infty)$ og avtagende på $(-\infty, 0]$.

b) Konvekst & konkav?

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{1}{1+x^2} + \frac{(1+x^2) - x \cdot 2x}{(1+x^2)^2} \\ &= \frac{1+x^2 + 1+x^2 - 2x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{2}{(1+x^2)^2} \end{aligned}$$

Ta med
endepkt. eller
ikke: så
sist alt

OK, men
ser' fasit
tar med

Derfor
gjør det
fra
nei!

①

$\Rightarrow f''(x) > 0$ for alle $x \Rightarrow f$ er konvekst
på hele \mathbb{R} .

c) Asymptoter + skitse av graf?

f er kontinuerlig overalt, så den har ingen
vertikale asymptoter.

Sjekker om f har skråasymptoter of metode
6.5.5:

i) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \arctan x = \pm \frac{\pi}{2}$

Tar begge
 grensene
 i samme
 slengen!

def. av
 arctan
 eller figur
 7.6.3

Nyttig å huske!

evt. tegn fig.
 på kalk. på
 eksamen

Denne grensen eksisterer, så vi ser på:

ii) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left\{ f(x) \mp \frac{\pi}{2} x \right\} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x \left(\arctan x \mp \frac{\pi}{2} \right)$

$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\arctan x \mp \frac{\pi}{2}}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{1+x^2}}{-\frac{1}{x^2}}$

" $\infty \cdot 0$ ":
 Omskriver for
 L'Hôpital

Deler på
 høyeste
 av x

" $\frac{0}{0}$ ":
 L'Hôpital

$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{1+x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{\frac{1}{x^2} + 1} = -\frac{1}{2}$