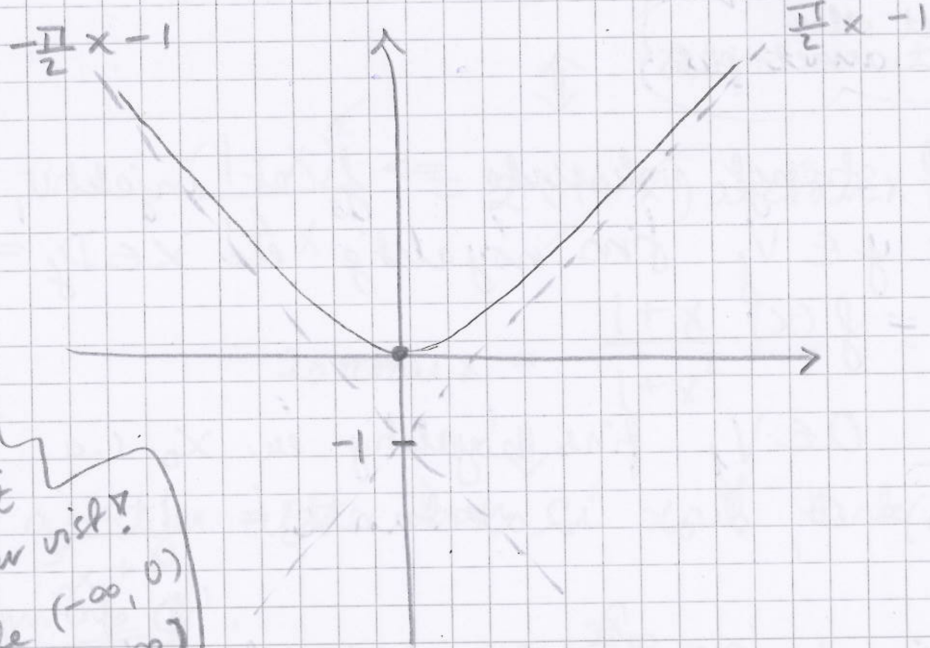
Plenum 26/10-13

Denne grensen eksisterer også, derfor har f skråasymptotene

$$y = \frac{\pi}{2}x - 1 \quad (\text{når } x \to \infty)$$

og $$y = -\frac{\pi}{2}x - 1 \quad (\text{når } x \to -\infty)$$



For å skissere:
Bruk det du har vist!
· Avtagende $(-\infty, 0)$
· voksende $[0, \infty)$
· Konveks
· Asymptoter
$f(0) = 0$

7.) a) Vis: $\frac{1+x}{1+x^2} = 2\arctan x$

har én reell løsning $x = x_0$ der $x_0 \in \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$.

Def: $f(x) = 2\arctan x - \frac{1+x}{1+x^2}$

$$f'(x) = \frac{2}{1+x^2} - \frac{1+x^2-(1+x)2x}{(1+x^2)^2}$$

$$= \frac{2(1+x^2) - 1 - x^2 + 2x + 2x^2}{(1+x^2)^2}$$

$$= \frac{1 + 2x + 3x^2}{(1+x^2)^2}$$

Teller: $3x^2+2x+1=0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4\cdot 3}}{6} \rightsquigarrow \text{Ingen reelle løsninger!}$$

Så siden f' er def. og kont. overalt og

$f'(0) = 1 > 0$, er $f'(x) > 0$ overalt!

(et eller annet pkt.)

s. 331

Altså er f strengt voksende $\Rightarrow$ f er injektiv, dvs. til hver $y \in V_f$ fins nøyaktig én $x \in D_f = \mathbb{R}$ s.a. $y = f(x)$.

Dvs. hvis $0 \in V_f$ fins nøyaktig én x_0 s.a. $f(x_0) = 0$, dvs. $2\arctan x_0 = \dfrac{1+x_0}{1+x_0^2}$.

Må derfor vise at $0 \in V_f$. Gjør dette vha. skjæringssetningen: f er kont. (alle deler er kont.) overalt,

$f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) < 0$

(kalk.) (el. regning) (Velger tall fra oppg. for innsetting)

$f(1) > 0$

Dermed gir skjæringssel. at det fins $x_0 \in \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$ s.a.

$f(x_0) = 0$, dvs. (fra injektiv)

at det fins nøyaktig én reell x_0 s.a.

$$2\arctan x_0 = \frac{1+x_0}{1+x_0^2}, \text{ og}$$

denne $x_0 \in \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$.