For $a \in (1,2)$ er $\{x_n\}$ avtagende.

$$x_1 = a \in (1,2)$$

$$x_2 = \frac{x_1^2+2}{3} \in \left(\frac{1^2+2}{3}, \frac{2^2+2}{3}\right) = (1,2)$$

osv.

Ser ut til å være nedre begr. av 1, dvs. $x_k \geq 1 \;\forall k$. Viser dette v/ induksjon:

Vet at $x_1 \geq 1$.

<u>Anta</u>: $x_i \geq 1$, $i \leq k$

Da er: $$x_{k+1} = \frac{x_k^2+2}{3} \geq \frac{1^2+2}{3} = 1$$

OK v/ induksjon

Så $\{x_k\}$ er avtagende og nedre begr. av 1.

$\Downarrow$ Thm. 4.3.9

$\{x_k\}$ konvergerer mot 1.

Hva med $a = x_1 \in (2, \infty)$? Her er $\{x_n\}$ voksende og større enn 2, så hverken 1 eller 2 kan være grenseverdier $\Rightarrow$ Følgen divergerer.
(og dette var eneste muligheter)

<u>Så</u>: Følgen $\{x_n\}$ konv. for $a \in [0,2)$ mot 1 og for $a = 2$ mot 2. Ellers divergerer den.