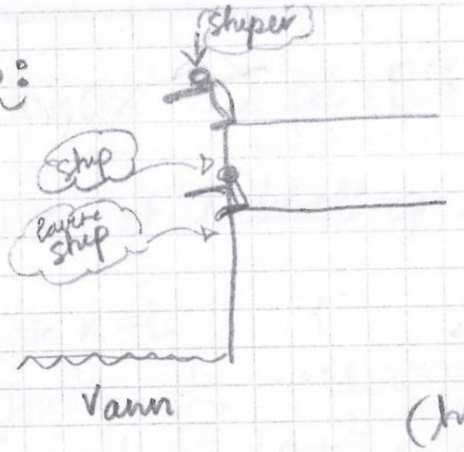
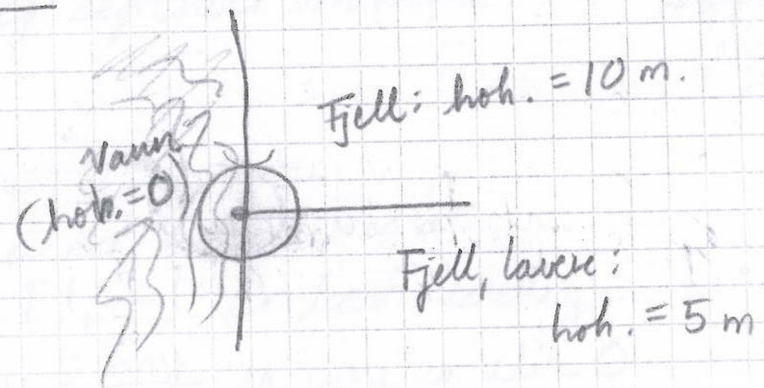
B:



Kart:



Mot. eks:

Både O og B har rett! Avh. av om man tillater skip i kartet (dvs. om g og h som definert er kontinuerlige eller ikke)

5.3: Ekstremalverdisetningen

$\boxed{1.)}$ Bruk ekstremalverdiset. til å vise at funksjonene har max- og min verdier på de angitte intervallene.

a) $f(x) = \dfrac{e^{\sin x^2}}{x^2+1}$ på $[-14, \sqrt{31}]$:

$[-14, \sqrt{31}]$ er et lukket, begrenset intervall, og f er en kontinuerlig funksjon (sammensetningen av kontinuer funksjoner), så fra ekstremalverdisetningen har f max. minpunkter på $[-14, \sqrt{31}]$.

b) $f(x) = \dfrac{\ln(\sin^2 x + e^x)}{x-1}$ på $[1{,}0001, 3]$:

$[1.0001, 3]$ er ~~et~~ lukket og begrenset intervall og f er kontinuerlig på dette intervallet (f er kun diskont. i $x=1$, og $1 \notin [1.0001, 3]$). Dermed gir ekstremalverdisetningen at f har max og minverdi på $[1.0001, 3]$.

Sek. 5.3

$\boxed{1}$ $f(x) = \tan(x^2+1)$ på $[0, \frac{1}{\sqrt{2}}]$:

5.3) 1) c) $[0, \frac{1}{\sqrt{2}}]$ er et lukket og begrenset intervall.

x^2+1 for $x=0$: 1

x^2+1 for $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$: $\frac{1}{2}+1 = \frac{3}{2}$

Så at f er kont. på $[0, \frac{1}{\sqrt{2}}]$ er det samme som at:

$g(y) = \tan(y)$, $y \in [1, \frac{3}{2}]$ er kontinuerlig.

Men det er g ($\tan y = \frac{\sin y}{\cos y}$ og $\cos y$ er ulik 0 for alle $y \in [1, \underbrace{\tfrac{3}{2}]}_{< \frac{\pi}{2}}$). Dermed gir ekstremalverdisetningen at f har max og minverdier i $[0, \frac{1}{\sqrt{2}}]$.

$\boxed{2}$ a) Vis at $f(x) = \frac{1}{x}$ er kontinuerlig (der den er definert) fra Setning 5.1.5 og Def. 5.1.11:

$g(x) = 1$ og $h(x) = x$ er kontinuerlige overalt.

Fra setning 5.1.5 er da $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ kontinuerlig (der Def 5.1.11 brukes siden $f(x)$ ikke er def. der $h(x)=0$)

b) Vis at $f(x)$ ikke er begrenset på $[-1, 1]$:

Når $x \to 0^+$ vil $\frac{1}{x}$ $(= f(x)) \to \infty$, så f er ikke begrenset på $[-1, 1]$.

Hvorfor strider ikke dette mot ekstremalverdisetningen?

Fordi ekstremalverdisetningen sier at funksjonen må være definert på et lukket, begrenset intervall, og f er ikke definert på hele $[-1, 1]$ (ikke def. i 0), så ekstremalverdisetningen kan ikke brukes på dette tilfellet.