Plenum 24/9-14

Ekstremalverdisetningen
Grenseverdier
Derivasjon

5.3: 1, 2, 3, 5
5.4: 1, 2abe, 3, 4, 9

6.1: 1abeg, 3abc, 4, 5, 6, 9, 10, 13

5.4: Grenseverdier

2) e) $\lim_{x \to 4} \sqrt{x} = 2$

Vis fra def:

La $\varepsilon > 0$ være gitt.

La $h = x - 4$.

Merk at:

$\sqrt{x} > 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 2 > 2$

$$|f(x) - \underbrace{2}_{b \text{ i boka}}| = |\sqrt{x} - 2| < |\sqrt{x} - 2|\,|\sqrt{x} + 2|$$

$$= |(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)| = |x - 4| = |h| \quad (\star)$$

3. kvad. set

Velg $\delta = \varepsilon$. Da er: For alle x

s.a. $|x - 4| = |h| < \delta$, så er

$$|f(x) - 2| \underset{(\star)}{=} |h| < \delta = \varepsilon.$$

Dermed er $\lim_{x \to 4} \sqrt{x} = 2$ fra definisjonen.

4.) Er funk. kont. i angitt pkt?

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \leq 1 \\ -4\cos(\pi x), & x > 1 \end{cases}$ i $x = 1$?

Sek. 5.4

Ser på ensidige grenser:

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = f(1) = 1^2 + 2 = 3$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} -4\cos(\pi x) = -4\cos\pi = 4$$

Siden $\lim_{x \to 1^-} f(x) = 3 \neq 4 = \lim_{x \to 1^+} f(x)$,

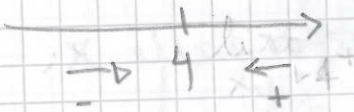
eksisterer ikke $\lim_{x \to 1} f(x)$, så funksjonen er ikke

kontinuerlig (se Observasjon 5.4.7)

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{|x-4|}{x-4}, & x \neq 4 \\ 0, & x = 4 \end{cases}$ i pkt. 4?

Ensidige grenser:

$$\lim_{x \to 4^-} f(x) = \lim_{x \to 4^-} \frac{4-x}{x-4} = -1$$



dvs. $x < 4$

$\Downarrow$

$x - 4 < 0$

$\Downarrow$

$|x-4| = -(x-4)$

Tilsvarende:

$$\lim_{x \to 4^+} f(x) = \lim_{x \to 4^+} \frac{x-4}{x-4} = 1$$

Men dvs. at $\lim_{x \to 4^-} f(x) \neq \lim_{x \to 4^+} f(x) \neq \underbrace{f(4)}_{=0}$,

så $\lim_{x \to 4} f(x)$ eksisterer ikke og dermed

er ikke funksjonen kontinuerlig (se Obs. 5.4.7)