Sek. 6.1

I vårt tilfelle er $r = 0,5\,m$, $h = 0,05\,m$.

$$V(r) = \underbrace{\pi r^2}_{\text{grunnflate}} \underbrace{H}_{\text{høyde sylinder}} = 2\pi r^2$$

$$V'(r) = 4\pi r$$

$$V(r+h) - V(r) \approx V'(r)h = 4\pi r \cdot 0,05$$

$$= 4\pi \frac{1}{2} \cdot 0,05 = 0,10\pi \approx 0,314$$

Regner (for enkelhet) uten benevning og setter den på til slutt.

Volumet av sementen er ca. $0,314\,m^3$.

6.) I en fartskontroll måler politiet at en bilist bruker $t = 25$ sek. på en strekning som er $s = 500$. Det er en usikkerhet på $\Delta t = 1$ sek. i målingen. Hva er usikkerheten i fartsmålingen? Bruk Eks. 6.1.8

Husk at farten $v(t) = \frac{s}{t}$. Fra teknikken i Eks 6. er:

$$v(t+\Delta t) - v(t) \approx v'(t)\Delta t = -\frac{s}{t^2}\Delta t$$

$$= -\frac{500}{25^2} 1 = -0,8.$$

Så det er en usikkerhet på $0,8$ m/s i fartsmålingen.

9.) Vis at $D[x^2] = 2x$ fra definisjonen av den deriverte.

La $f(x) = x^2$. Da er:

$$D[x^2] = D[f(x)] = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{x^2} + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - \cancel{x^2}}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} (2x + \Delta x) = \underline{\underline{2x}}$$

Sek. 6.1

10.) Vis at $D[\sqrt{x}] = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ rett fra definisjonen.

Jobber m/ gen. uttrykk! Hvis skal finne deriv. i pkt. setter vi inn

La $f(x) = \sqrt{x}$

Da er:

$$D[\sqrt{x}] = D[f(x)] = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{x} + \cancelto{1}{\Delta x} - \cancel{x}}{\cancel{\Delta x}(\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})}$$

"$\frac{0}{0}$" ganger m/ "konjugate" oppe og nede

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x}} = \underline{\underline{\frac{1}{2\sqrt{x}}}}$$

6.2 : Middelverdisetningen

2.) Bruk skjæringssetningen og korollar 6.2.5 til å vise at funksjonene har nøyaktig et nullpunkt i det angitte intervallet.

Idé: Bruk skjæringssetningen til å vise at det fins nullpunkt, og bruk korollaret til å vise at det fins nøyaktig ett nullpunkt.

a) $f(x) = \cos x - x$ i $[0, \frac{\pi}{4}]$: f er kontinuerlig på $[0, \frac{\pi}{4}]$

$f(0) = \cos 0 - 0 = 1 > 0$

$f(\frac{\pi}{4}) = \cos\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi}{4} < 0$

Så fra skjæringssetningen har $f(x)$ nullpunkt (er) på $[0, \frac{\pi}{4}]$.