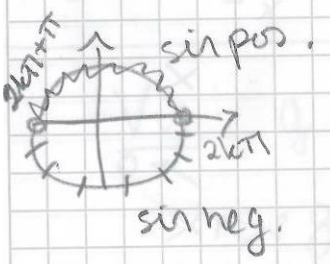
$x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$



$\Downarrow$

f'' negativ: $\cap$ (sur)

f'' er ≤ 0 i $[2k\pi, 2k\pi+\pi]$ for alle $k \in \mathbb{Z}$.

$f'' \geq 0$ i $[2k\pi+\pi, 2(k+1)\pi]$ for alle $k \in \mathbb{Z}$.

Husk $f''(x) = -2e^x \sin x$ $\Downarrow$ $\boxed{\text{OBS!}}$

$\Downarrow$ $\cup$

f er konveks $[2k\pi+\pi, 2(k+1)\pi]$

og konkav $\cap$ på $[2k\pi, \pi+2k\pi]$, $k \in \mathbb{Z}$.

6.5: Asymptoter

Finn evt. asymptoter:

1) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$

Vertikale asymptoter: f er kont. unntatt i $x=0$, hvor ikke definert. Har derfor kun $x=0$ som mulig vertikal asymptote:

$$\lim_{x \to 0^\pm} f(x) = \lim_{x \to 0^\pm} \frac{\overbrace{x^2+1}^{\to 1}}{\underbrace{x}_{\to 0^\pm}} = \pm\infty$$

$\Longrightarrow$ f har en vertikal asymptote når $x \to 0$.

Skråasymptoter:

i) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+1}{x^2}$

$= \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2x+0}{2x} = 1$

"$\frac{\infty}{\infty}$": L'Hopital

ii) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \left[\frac{x^2+1}{x} - x\right] = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x} = 0$

$\Rightarrow$ $y = 1 \cdot x + 0 = x$ er en skråasymptote for f.

$\boxed{6.5.5}$

f har en vertikal asymptote når $x \to 0^+$ og $x \to 0^-$ og en skråasymptote $y = x$.

6.) $f(x) = x \ln x : [0,\infty) \to \mathbb{R}$

$\boxed{\text{Vertikale asymptoter}}$

f er kont. untatt i $x = 0$, der ikke definert.

$\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \underset{\downarrow\, 0}{x}\, \underset{\downarrow\, \infty}{\ln x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}}$

Holder å se på $x \to 0^+$ pga. kun der f er definert

$= \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = -\lim\limits_{x\to 0^+} x = 0$

"$\frac{\infty}{\infty}$": L'Hôpital

$\Rightarrow$ Ingen vertikal asymptote.

Skråasymptoter:

i) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \ln x = \infty$

Nok å se på $x \to \infty$ siden kun der f er def

$\Rightarrow$ Ingen skråasymptote.