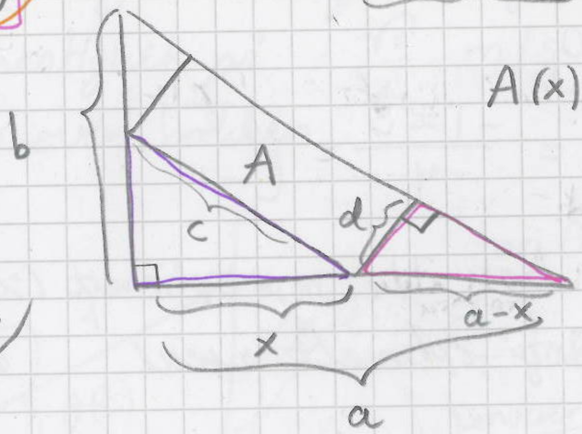
8.)

$A(x) = ?$:



maximere areal?

$A(x) = c \cdot d$

Formlikhet stor trekant og middels trekant.

Pga 90° felles og toppvinkelen

$$\frac{c}{x} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$$

$$\Downarrow$$

$$c = \frac{x}{a}\sqrt{a^2+b^2}$$

Formlikhet liten trekant og stor trekant

$$\frac{d}{a-x} = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \Rightarrow d = (a-x)\,b\,\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$A(x) = \frac{(a-x)x\,b}{a}$$

$(= c \cdot d)$

$$A'(x) = \frac{b}{a}\left((-1)\cdot x + (a-x)\right)$$

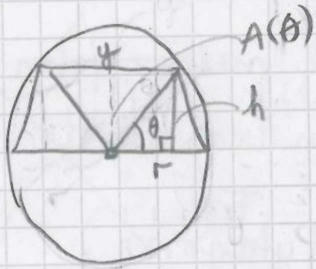
$$= \frac{b}{a}(a-2x) = 0$$

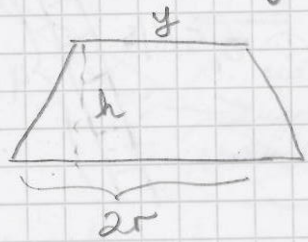
$$2x = a$$

$$x = \frac{a}{2}$$ gjør arealet størst mulig.

15.)

max $A(r)$?





$$A = \frac{(2r+y)\,h}{2}$$

$$h = r\sin\theta$$

$$\frac{y}{2} = r\cos\theta$$

$$A(\theta) = \frac{(2r + 2r\cos\theta)\,r\sin\theta}{2} = \frac{\cancel{2}r^2(1+\cos\theta)\sin\theta}{\cancel{2}}$$

$$= r^2\sin\theta\,(1+\cos\theta)$$

$$A'(\theta) = r^2\left(\cos(\theta)(1+\cos\theta) + \sin\theta\,(-\sin\theta)\right)$$

$$= r^2(\cos\theta + \cos^2\theta + \cos^2\theta - 1) = r^2(2\cos^2\theta + \cos\theta - 1) =$$

$$\Updownarrow$$

$$2\cos^2\theta + \cos\theta - 1 = 0$$

$$\cos\theta = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{-1 \pm 3}{4} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -1 \end{cases}$$

$\cos\theta = -1 \Rightarrow \theta = \pi$ kan ikke være optimalt (se fig!)

$\cos\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$ må gi optimalt areal

alt. regn ut: Sett inn i arealformel, ser at får mindre verdi

$$\Downarrow$$

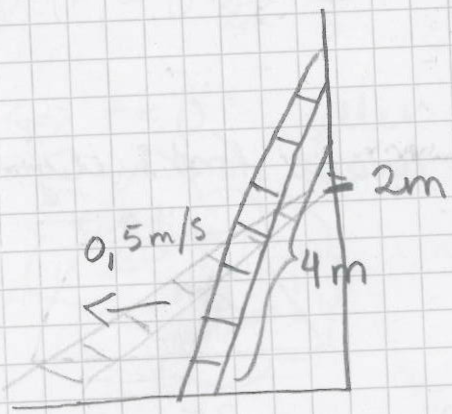
$$A^\star = A\left(\frac{\pi}{3}\right) = r^2 \sin\frac{\pi}{3}\left(1 + \cos\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= r^2 \frac{\sqrt{3}}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\right)$$

$$= \underline{\underline{\frac{3r^2\sqrt{3}}{4}}}$$

7.2: Koblede hastigheter

1)



Hvor fort beveger toppen av stigen seg når den er 2m over bakken?

$x(t)$ = høyden til toppen av stigen på tidspunkt t

$y(t)$ = avstand mellom foten og veggen ved tid t.

Da er: $x^2(t) + y^2(t) = 16$ (Fra Pytagoras)

Deriverer mhp. t:

$$2x(t)x'(t) + 2y(t)y'(t) = 0 \qquad (\star)$$

Vi er interessert i der $x = 2$, $y = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$

og $y'(t)$ = farten foten av stigen beveger seg med $= \frac{1}{2}$

Fra $(\star)$: $\cancel{2} \cdot 2x'(t) + \cancel{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = 0$

$$x'(t) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$