$3^2 + 3y(t) + y^2(t) = 49$

$$y^2(t) + 3y(t) - 40 = 0$$

$$y(t) = \frac{-3 \pm \sqrt{9+160}}{2} = \frac{-3 \pm 13}{2} = \begin{cases} 5 \\ \cancel{-8} \end{cases}$$

Ikke mulig

$\Rightarrow 2 \cdot 3 \cdot 2 + 3y'(t) + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 5 y'(t) = 0$

$$12 + 10 + 13y'(t) = 0$$

$$y'(t) = -\frac{22}{13} \text{ m/s}$$

(neg. fart siden y minker)

7.4: Omvendte funksjoner

1.) e) Vis at funk. er injektiv. Finn omvendt funk. Angi def. område til denne:

$f(x) = x^2 + 2x + 3$, $D_f = [-1, \infty)$;

$f'(x) = 2x + 2 > 0$ for $x \in (-1, \infty) \Rightarrow f$ er strengt voksende på $[-1, \infty) \Rightarrow f$ er injektiv.

$V_f = [2, \infty)$, finner omvendt funk. v/ å løse $y = f(x)$ for x:

$(-1)^2 + 2(-1) + 3 = 4 - 2 = 2$

$$y = x^2 + 2x + 3$$

$$x^2 + 2x + (3 - y) = 0$$

$$y = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(3-y)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 12 + 4y}}{2}$$

$= -1 \pm \sqrt{y-2}$

Siden vi vet at $x \in [-1, \infty)$, må vi velge
$x = -1 + \sqrt{y-2} \Rightarrow$ Omvendt funk. er:

$f^{-1}(y) = -1 + \sqrt{y-2}$, $D_{f^{-1}} = V_f = [2, \infty)$

2.) a) Funk. injektiv på intervall m/ 0. Finn intervall & omvendt funk:

$f(x) = x^2 + 3x + 2$;

$f'(x) = 2x + 3$

Merk: $2x + 3 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}$

$\Rightarrow$ f er strengt voksende på $[-\frac{3}{2}, \infty)$ (som inneholder 0), og f er derfor injektiv på dette intervallet.

$V_f = [-\frac{1}{4}, \infty)$. Den omvendte funk. finner vi v/ å løse $y = f(x)$ for x:

$$f(-\tfrac{3}{2}) = \frac{9}{4} + 3(-\tfrac{3}{2}) + 2 = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} + \frac{8}{4} = \frac{9+8-18}{4} = -\frac{1}{4}$$

$y = x^2 + 3x + 2$

$x^2 + 3x + (2-y) = 0$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4(2-y)}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8 + 4y}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{1+4y}}{2} = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{1+4y}}{2}$$

Siden $x \in [-\frac{3}{2}, \infty)$ må vi velge $x = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{1+4y}}{2}$