

### 9.3: Delbrødeoppspalting

$$23.) \int \frac{1}{\sin x} dx = \int \frac{\sin x}{\sin^2 x} dx$$

Følger  
hitt

$$= \int \frac{\sin x}{1 - \cos^2 x} dx$$

Merk: litt "julesete"  
skrivemåte: kanskje  
ta på bladd

$$= \int \frac{\sin x}{1 - u^2} \left( -\frac{du}{\sin x} \right)$$

$$u = \cos x$$

$$du = -\sin x dx$$

$$-\frac{du}{\sin x} = dx$$

$$= -\int \frac{1}{1 - u^2} du$$

Faktorisere nevneren for delbrødeoppspalting:

$$= -\int \frac{1}{(1-u)(1+u)} du = \int \frac{1}{(u-1)(u+1)} du = I$$

Kaller  
for:

delbrødeoppspalting:

$$\frac{1}{(u-1)(u+1)} = \frac{A}{u-1} + \frac{B}{u+1}$$

$$1 = A(u+1) + B(u-1)$$

$$1 = u(A+B) + (A-B)$$

$$\Rightarrow A+B=0 \Rightarrow A=-B$$

$$A-B=1 \Rightarrow -2B=1$$

$$B = -\frac{1}{2} \quad \& \quad A = -\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} \int \frac{1}{u-1} du - \frac{1}{2} \int \frac{1}{u+1} du$$

$$= \frac{1}{2} (\ln |u-1| - \ln |u+1|) + C$$

$$= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{|u-1|}{|u+1|} \right) + C$$

$$= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{|\cos x - 1|}{|\cos x + 1|} \right) + C$$

$$= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{|\cos x - 1|}{\cos x + 1} \right) + C$$

Vil ha  
svar i  
x, ikke  
u!

Merke: Må ha  $\cos x \neq -1$  &  
at er en fortegnsteil (i min fasit)  
s.a. broken inni ln er snudd på hodet.